A realista, az antirealista és az idő

Csatári Ferenc

Tartalom

Bevezetés

A XX. század első felében, Hollandiában, komoly viták közepette megszületett matematikai iskola, az intuicionizmus jelentős hatása a tudományra ma már nem vitatható. A konstruktív matematika számtalan ága nőtt ki belőle, kortárs algoritmikus kutatások gyökereznek benne. Ám úgy tűnik, az iskola nem csak a matematika területén bírt megtermékenyítő hatással. Michael Dummett metafizikai vizsgálódásai, melyek – a mai angol-amerikai-skandináv filozófiában nem meglepő módon – igen komoly logikai és matematikai apparátust alkalmaznak, kétségtelenül szorosan kapcsolódnak az intuicionizmushoz. Jelen dolgozat az ő eredményeivel foglalkozik.

Természetesen nem lehet célom az angol filozófus sokrétű munkásságának teljesség igényével föllépő elemzése. Az alábbiakban mindössze két, egymással sok szálon összefüggő téma fölvázolására vállalkozom Dummett szövegeinek interpretációja segítségével. Az egyik a realizmus és antirealizmus szemantikai problémája, a másik pedig az idő, mint fizikai mennyiség felvetette kérdések köre – a fenti izmusok tükrében.

1. Szemantikai megfontolások

Michael Dummett nem kevesebbet állít,[1] mint hogy a klasszikus metafizikai problémák megoldhatóak. Megoldhatóak abban az értelemben, hogy kellő megalapozottsággal úgy választhatunk az egymással versengő elgondolások között, hogy ez a választás általánosan elfogadottá váljék, hasonlóan ahhoz, ahogy egyéb tudományterületeken bírunk széles körben elismert standardokkal. Amíg azonban idáig eljutunk, még rengeteg munka vár ránk. Ő maga, vallja, írásaival az előmunkálatokat végzi el, biztos alapokat teremt a további kutatásoknak. Módszerének lényege, az alulról fölfelé építkezés: a logikai eszközeit alkalmazva vetjük aprólékos vizsgálat alá azt, hogy miről is beszélünk, amikor például univerzálékra hivatkozunk. A metafizikai kérdésekben való döntésig tehát egy korrekten felépített jelentéselméleten keresztül vezet az út. A különböző problémákkal kapcsolatos metafizikai állásfoglalások igazából csak többé-kevésbé beszédes

1 Dummett: *A metafizika logikai alapjai* (pp. 17-34)

"képek", s a feladat az, hogy szemantikai elméletek formájában fogalmazzuk meg őket, s így vizsgáljuk meg, valójában mit is mondanak. Dummettet írásaiban ilyen alakban találkozunk a realizmus és antirealizmus számos formájával, s minél tovább követjük, annál inkább biztosak vagyunk abban (Dummett nem kíván "ajtóstul a házba rontani"),[2] hogy számos kérdésben a döntő érvek a realizmus ellenében fogalmazódnak majd meg. Az alábbiakban a realizmus és antirealizmus fogalmainak tisztázására teszek kísérletet Dummett néhány ide vonatkozó állításának, érvének, ötletének értelmezésén keresztül.

1.1. Realizmus és antirealizmus

Realizmuson és antirealizmuson filozófiai álláspontokat, elkötelezettségeket kell, hogy értsünk. Ezek pontos "mibenállásával", szerkezetével adott esetben az azt képviselő sincsen teljesen tisztában; másrészt persze annak sincsen semmi akadálya, hogy valaki saját nézetéről ne tudjon valamelyik izmus keretében számot adni. Nincs tehát triviális válasz arra, hogy mi a realizmus (és antirealizmus), Dummett[3] éppen erre a kérdésre kíván egy igen szofisztikált metaszemantikai modell keretében felelni.

Mindazonáltal vannak olyan feltételek, melyeket a realizmusnak teljesítenie kell: fel kell tudja mutatni a bivalencia elvét, vagyis azt a klasszikus logikai elvet,[4] mely szerint minden jólformált állítás igaz vagy hamis függetlenül attól, hogy erről tudomásunk van-e; valamint "igazságfeltételesnek" kell lennie, azaz egy állítás jelentéséről úgy kell számot adnia, mint ami az igazságfeltételeiben áll.

Fontos megjegyezni, hogy valaki lehet realista egy adott témakörben anélkül, hogy egy másikban az lenne; hiszen miért is lenne bárki a mentális állapotok, a lehetséges világok, a matematikai állítások és a tudományos elméletek tekintetében egyaránt realista? Sőt, minden bizonnyal kiválaszthatunk "jelenségcsoportokat", melyekkel kapcsolatban egy időben helyezkedni realista álláspontra ellentmondásos, de legalábbis implauzíbilis. (De még tovább lépve, létezik olyasmi, amivel kapcsolatban önmagában is legalábbis furcsa realistának lenni: ilyen például az elmosódott határokkal kapcsolatos realizmus, mint azt később látni fogjuk.) Éppen

2 Dummett*: A metafizika logikai alapjai* (p. 34)

3 Dummett: *Realism*

4 A bivalencia-elv és a klasszikus kizárt harmadik elve nem azonos. Erről a későbbiekben esik még szó.

ezért nem létezik realizmus *en bloc*, hanem úgy tekintünk rá, mint ami egy bizonyos állításosztály – a továbbiakban az *adott* vagy *vitatott* osztály – egy bizonyos interpretációjában áll. Vagyis csak bizonyos állításosztályok tekintetében lehetünk realisták.[5]

1.1.1. Tudományos és szemantikai realizmus

A realizmus tehát Dummett megközelítésében szemantikai tézis, jóllehet egyéb vonatkozásait nem tagadja, ahogy az például majd a naiv realizmus elemzésekor látható. Élesen elválasztja ugyanakkor a szemantikai realizmust a tudományos realizmustól, mondván, hogy ez utóbbi viszont episztemológiai doktrina. Neil Tennant[6] két okból is fontosnak tartja ezt a megkülönböztetést: egyrészt, mert a kettő összemosása szerinte gyakran vezetett Dummett félreinterpretálásához, másrészt pedig – és ez az igazán érdekes – az ekképpen különválasztott realizmusok (illetve antirealizmusok) viszonya koránt sem triviális. Állítása szerint éppenséggel minden következetes tudományos realizmus szemantikai antirealizmushoz vezet; sőt oda kell vezessen a tudományos antirealizmus is, hiszen még ennek képviselője sem tagadja, hogy a tudományos elméletek olyan hitek, melyeket híveik valamilyen módon empirikusan adekvátnak tartanak. Épp ezért, ahogy lakonikusan megfogalmazza, maga a tudomány vezet a szemantikai antirealizmushoz; – ő szemlátomást kevésbé szemérmes saját preferenciáival kapcsolatban, mint Dummett.

A tudományos realizmus egyik neves képviselője, Richard Boyd[7] híres cikkében négy tételben foglalja össze a tudományos realizmus lényegét. Az első tétel a realizmus ontológiai álláspontját vázolja, azt nevezetesen, hogy a tudományos elméletek nem-megfigyelési terminusait referáló terminusoknak kell tekinteni. A második pont a következőt mondja: "a realisztikusan interpretált tudományos elméletek konfirmálhatók, s a szokásos módszertani normáknak megfelelően értelmezett szokásos tudományos evidenciák *gyakran valóban* megközelítőleg igazként *konfirmálják is őket*".[8] Tennant szerint, ha a "megközelítőleges igazság"

5 Dummett: *Realism* (p. 230)

6 Tennant: *Anti-realism and Logic* (pp. 7-12)

7 Boyd: *A tudományos realizmus jelenlegi helyzete* (pp. 170-171)

8 Boyd: *A tudományos realizmus jelenlegi helyzete* (p. 170)

problémájának fenyegető fellegeit könnyed mozdulattal félresöpörjük, az "igazság" kifejezés itt nyugodtan fordítható "állíthatóságnak", s ebben az esetben semmi olyat nem mond az elv, amivel egy antirealista nem érthetne egyet. A harmadik tétel a tudományos fejlődésről szól: a tudomány történetére mint a megfigyelhető és nem-megfigyelhető jelenségekre vonatkozó igazság egyre pontosabb megismerésének történetére tekint, az elméleteket egymásra épülőnek, a tudományt kumulatívnak tételezi. Tennant azt állítja, a szemantikai antirealista nyugodtan elkötelezheti magát egy ilyen modell mellett, igaz, minden további nélkül lehet mondjuk popperiánus is. Boyd utolsó tétele szerint, "a tudomány által leírt valóság túlnyomórészt független gondolatainktól és elméleti elkötelezettségeinktől". Tekintsünk most el a "túlnyomórészt" szó felvetette kérdésektől. Tennant a szemantikai antirealizmus egyik fő tartóoszlopának azt a wittgensteiniánus elvet teszi meg, mely szerint egy nyelv elsajátításakor vagy használatakor minden, ami a jelentés megragadásához vagy átviteléhez rendelkezésünkre áll, az a beszélgetőtársak megfigyelhető viselkedése.[9] Milyen alapon állíthatná tehát az antirealista, hogy az a "valóság", amit a tudomány leír puszta agyrém, fikció, és hogy minden róla való leírásunk szolipszista mentális konstrukció? Nem látható tehát semmiféle összeférhetetlenség a szemantikai antirealizmus és a tudományos realizmus között, éppen azért, mert az utóbbi mondanivalója ontológiai jellegű. A gondok éppen akkor kezdődnének – mondja Tennant – ha Boyd fenti függetlenségi tézisét kiegészítenénk egy szemantikai vonatkozással, azzal, hogy a tudomány állításait, melyekkel a valóságot leírja, ez a valóság egyértelműen igazzá vagy hamissá teszi, függetlenül attól, hogy tudunk-e erről (és függetlenül gondolatainktól és elméleti elkötelezettségeinktől). Pusztán a tudományos realizmus tételeiből azonban semmi ilyesmi nem következik.

A realizmus tehát szemantikai doktrína, s mint ilyen, azt mondja meg, hogy egy igaz állítás mitől igaz. A legkevesebb, ami a realizmushoz kell, annak elfogadása, hogy az adott osztály állításait valamilyen módon a valóság tényeihez való viszonyok teszik igazzá, függetlenül attól, hogy e tényekről illetve az állításosztály elemeinek igazságértékéről van-e tudomásunk. Ily módon tehát a valóság minden egyes állításhoz igazságértéket rendel, vagyis minden állítás igaz vagy hamis. A realizmushoz szükség van tehát a bivalencia elvének elfogadására.[10] Mint ahogy arról még szó lesz, az elvnek többféle megfogalmazása lehetséges, szigorúbb és kevésbé

9 Tennant: *Anti-realism and Logic* (p. 3)

10 Nem mindig gondolta úgy Dummett, hogy a (szigorú) bivalencia-elv elfogadása szükséges feltétele a realizmusnak. Korábban a többértékű logikáknak megengedte, hogy realisták legyenek.

szigorú. Egyelőre tekintsük úgy, mint ami azt mondja: minden jólformált állítás igaz vagy hamis függetlenül attól, hogy igazságáról vagy hamisságáról tudomásunk van-e.

Azonnal jegyezzük is meg, hogy a bivalencia elvének kívánalma mindig az adott osztály állításaira vonatkozik. Ebből következően a jólformáltság kritériumát sem kellene feltétlen bevezetnünk, hiszen az adott osztály definíciójával már kizárhatjuk az értelmetlen állításokat. Hogy a nem referáló neveket tartalmazó formulákkal mi a helyzet, arra még visszatérek, az mindenesetre már most leszögezhető, hogy Dummett szerint nem Russell[11] és Frege[12] között húzódik a realistát és antirealistát *igazán* demarkáló vonal.[13]

Az, hogy a bivalencia elve esszenciális a realizmus szempontjából, vagyis az előbbi tételezése szükséges feltétele az utóbbinak, érdekes kérdést vet föl. Mondhatjuk-e azt, hogy aki a bivalencia elvét elveti, az szükségképpen antirealista? Úgy tűnik, Dummett a realizmus elvetőjét sok helyen valóban azonosítja az antirealistával, bár nyilvánvaló, hogy az igenlő választ csak a bivalencia elvének elfogadása, azaz például a szemantikai-filozófiai álláspontokra (így a szemantikai realizmusra) vonatkozó állítások egy osztályával kapcsolatos realizmus alapozhatná meg. Dummett ezt a kérdést ebben a formában nem fogalmazza meg, de egy helyen utal rá, hogy az efféle izmusokra referáló "izmusok" határvonalai igen elmosódottak.[14]

Az, hogy a realizmushoz mindenképp szükséges a bivalencia elvének elfogadása, természetesen nem jelenti azt, hogy valaki az elv elfogadása mellett ne lehetne antirealista. Hiszen a realizmusnak, ha az tisztességes szemantikai elméletet alapján áll, nem elég annyit állítania, hogy egy adott kijelentésosztály elemeinek igazságértékei a valóság által meghatározottak, arról is kell tudni mondani valamit, milyen is, miben is áll ez a meghatározottság.

---

11 Russell: *On Denoting*

12 Frege: *Jelentés és jelölet*

13 Frege a nemjelölő terminusokat tartalmazó állításokat referencia nélkülinek tartja, vagyis ezeknek nincs igazságértékük. Russell ezzel szemben azt állítja, hogy minden ilyen terminus explicit vagy implicit módon egy leírást tartalmaz, vagyis minden esetben egy igazra vagy hamisra interpretálható *kijelentésfüggvénnyel* van dolgunk. Bár Frege szemlátomást eltávolodik a bivalencia-elvtől, mégis furcsának tűnhet róla azt állítani, hogy elveti a realista álláspontot. Adhatunk esetleg egy olyan értelmezést, mely szerint Frege kizárja az adott osztályból a nemjelölő neveket tartalmazókat. Az "igazi kizáró" persze Rudolph Carnap lesz majd, aki egészen pontosan megpróbálja meghatározni, milyen állításokat értsünk az adott osztályba. Frege realizmusával kapcsolatban talán még idekívánkozik egy idézet: "A 2 x 2 = 4 kijelentés akkor is igaz maradna, ha egy darwini jellegű fejlődés eredményeképpen mindenki arra a meggyőződésre jutna, hogy 2 x 2 = 5. Minden igazság örök érvényű, függetlenül attól, hogy elgondolja-e valaki, és függetlenül az elgondoló elme pszichológiai sajátosságaitól." (Frege: *17 Kernzätze zur Logik*)

14 Dummett: *Bivalence and Vagueness* (p. 212)

1.1.2. Bivalencia, intuicionizmus

Vizsgáljuk meg azt, mi motiválhatja a bivalencia-elv kategorikus elvetését. A legkézenfekvőbb példa természetesen a matematikai intuicionizmus esete. E meglehetősen gyümölcsöző irányzat Jan Brouwer[15] holland matematikus munkássága nyomán szökkent szárba. A szellemi örökösei által azóta nemigen hangoztatott és képviselt filozófiai alapvetése szerint, a matematika tárgyai legelső sorban az individuális matematikus elméjében létrejövő konstrukciók, melyeket ceruzával, krétával vagy szavakkal csak meglehetősen tökéletlenül vagyunk képesek kommunikálni. A lényeges pont itt a konstrukció: e tárgyak tehát sem platóni értelemben adottak, sem mechanikus eljárások útján generáltak nem lehetnek, csak a teremtő értelem hozhatja létre őket. Az intuicionisták ezért elutasítják az aktuálisan végtelen halmazok létezését, mivel végtelen sok elem egyidejű konstrukciójával a legtehetségesebb matematikus sem bírhat. (E filozófiai megfontolások a konstruktív matematika megalapozásához persze nem szükségesek, az intuicionista *metodológia* nélkülük is kellően erős.) Brouwer ezért egy módosított, intuicionista halmazelméletet dolgoz ki, melyben csak a végtelen potencialitását engedi meg, s nem halmazok (mint befejezett objektumok), hanem folyton változó, keletkező sokaságok formájában. Elveti az olyan bizonyítások jogosultságát, melyek pusztán azon alapulnak, hogy valamely dolog nemléte ellentmondáshoz vezetne, csak azon eljárásokat tartja érvényesnek, melyek képesek egy „példány” felmutatására, vagyis egy intuitíve igazolható gondolati konstrukció létrehozására. Innen származik tehát az intuicionista gondolkodás legkarakterisztikusabb tulajdonsága, a kizárt harmadik-, és ezáltal a bivalencia elvének elutasítása.[16] Az érvelés matematikai kontextusban könnyen követhető. Ha van egy matematikai állításunk, melyről tudjuk, hogy igaz, az csak úgy lehetséges, hogy igazsága *bizonyított*. Pontosabban: *p*-t akkor állíthatjuk, ha *p* konstrukciójának birtokában vagyunk. Ha pedig megkonstruáltuk, az nem jelent mást, mint hogy bizonyítottuk. Az intuicionista számára tehát nincs különbség igazság és bizonyítottság közt. Egy állítás hamisságának természetesen csak akkor lehetünk

15 Brouwer: *Intuitionism and Formalism* és van Stigt: *Brouwer's Intuitionist Programme*

16 A kizárt harmadik elve (*A v ~A*) logikai elv, míg a bivalencia-elv (*A vagy nem A*) szemantikai, vagyis a benne szereplő konstansok metanyelviek. Az utóbbinak következménye az előbbi, fordítva azonban ez nem áll.

tudatában, ha az állítás *cáfolt*, vagyis hamissága bizonyított. Minthogy azonban az ideális matematikus sohasem konstruál hamisságot, és természetesen azt sem akarjuk, hogy az minősüljön hamisnak, amit nem konstruáltunk meg (mivel ez bizarr következményekkel járna),[17] azt kell mondjuk, hogy a hamisság egy konstrukciónkkal való összeférhetetlenség. Nyilvánvaló, hogy tudunk olyan állításokat is tenni, melyekre a fentiek egyike sem áll. Ilyen például az obligát Goldbach-sejtés (minden páros szám felírható két prímszám összegeként). Igazságának állításához egy olyan (természetesen véges hosszúságú) algoritmus konstrukciójával kellene bírnunk, ami lehetővé teszi az összes páros szám prímpárokkal való megalkotását. Nincs ilyenünk. Hogy hamisságát jelenthessük ki, pusztán egyetlen olyan páros szám konstrukciójával kéne rendelkeznünk, ami nem állítható elő prímpárok addíciójával. (Ez elvileg könnyen igazolható: az adott páros számnál kisebb prímszámok mindenképpen véges sokan vannak.) De ilyenünk sincs.[18]

Az intuicionista negáció (jele: '¬') tehát nem pusztán azt jelenti, hogy az adott állítás esete nem áll fenn, hanem azt, hogy effektíve cáfolt. Ebből pedig világos, hogy sem a $p \vee \neg p$ sem pedig a $\neg\neg p \supset p$ formula nem igaz Brouwer rendszerében. (A $p \supset \neg\neg p$ viszont áll, hiszen p önmaga cáfolatának konstruktív cáfolata. Vagyis mivel p állítása egyértelmű azzal, hogy p bizonyított, ez explicite cáfolja $\neg p$-t.) Ennek az a hozadéka, hogy ha van egy egzisztenciálisan kvantifikált állításunk, melynek negációját vizsgálva ellentmondásra jutunk, nem következtethetünk arra, hogy ténylegesen létezik valami, amire az állítás igaz. Csak úgy, ha egy ilyen valamit ténylegesen fel tudunk mutatni, (ebben pedig csak akkor lehetünk biztosak, ha tárgyalási univerzumunk véges).

Arend Heyting[19] intuicionista logikai kalkulust is alkotott, (ettől az sem tartotta vissza, hogy Brouwer természetesen fenntartásokkal fogadta a projektet, hiszen minden formális, nyelvi leírást eleve gyengének tartott az intuitív intellektuális eredmények, konstrukciók ábrázolására). Ez a logika szigorúbb a klasszikusnál. Világos, hogy a kizárt harmadik nem tétel benne (bár kettős negációja igen), de a De

17 Ha, tegyük föl, sem a *A* sem pedig *~A* nem megkonstruált, akkor egy ilyen modell mellett mindkettő hamis lenne. Vagyis, a hamis állításokból semmi sem következne.

18 Érdekes kérdés, hogy tudhatja-e a klasszikus matematikus, hogy egy állítás ténylegesen eldönthetetlen. Minden bizonnyal igen, abban értelemben legalábbis, hogy lehet ilyen *hite*. Dummett szerint az *igazi* realistának bizonyos helyzetekben valóban vannak ilyen meggyőződései. Azt feltételezni azonban, hogy egy matematikai állítás eldönthetetlensége bizonyítható, kétségkívül "vad metafizikai extravagancia" (Dummett: *Bivalence and Vagueness*, p. 216) lenne.

19 Heyting*: Intuitionism* (pp. 101-118)

Morgan törvények közül is csak az egyik marad meg.[20] Ezenkívül néhány egyéb klasszikus összefüggés is elesik, például a kvantorok sem fejezhetők ki egymással és negációval. Gerhard Gentzen[21] teljesen egyenrangú módon építette fel ugyanezt a kalkulust saját módszere, a természetes levezetés keretében.[22] Sőt, mivel nála nincsenek alapsémák, csak levezetési szabályok, ez utóbbi megoldás egy kicsit talán jobban összhangban van az intuicionista törekvésekkel.

Az intuicionista logikára Andrej Nyikolajevics Kolmogorov[23] ad igen szemléletes értelmezést. Meglátása szerint az intuicionista logika *feladatkalkulus*. Vagyis a sémák, illetve levezetési szabályok nem formulákról, hanem matematikai feladatokról szólnak. Így az “A & B” feladat megoldása annyit tesz, hogy mind A, mind pedig B feladatot sikeresen megoldottuk. “$A \vee B$” megoldásához legalább egyikük megoldása szükséges. “$A \supset B$”-t akkor oldottuk meg, ha B megoldását visszavezettük A-éra; “$\neg A$”-t pedig akkor, ha A megoldását feltételezve ellentmondásra jutottunk (vagyis bírunk olyan megoldott feladattal, melynek segítségével A megoldhatatlansága megmutatható). “$\forall xA$” megoldása olyan általános módszer birtoklását jelenti, mellyel x minden lehetséges értéke mellett megoldható A; “$\exists xA$” pedig úgy megoldott, ha A-t valamely x mellett megoldottuk. Ez az interpretáció impozáns természetességgel ad magyarázatot a kizárt harmadik érvénytelenségére, mivel nem állíthatjuk, hogy minden feladat vagy megoldható, vagy pedig megoldhatatlansága explicite megmutatható. Az értelmezés további előnye az intuicionista filozófiával való összhang, hiszen egy matematikai konstrukció létrehozása minden bizonnyal egy feladat megoldása.[24]

Egy valamit azonban látni kell a kolmogorovi "feladatszemantikával" kapcsolatban: az intuicionista logikát a klasszikus logika keretein belül interpretálja. Nem tiltja semmi, hogy az adott, feladatként tekintett matematikai állítást mindeközben igazra vagy hamisra értékeljük. Így lesznek persze olyan állítások,

20 A két De Morgan törvény: $\sim(A \,\&\, B) = (\sim A \vee \sim B)$ és $\sim(A \vee B) = (\sim A \,\&\, \sim B)$. Az intuicionista logikában csak az utóbbi bizonyítható. (lásd: Ruzsa - Máté: Bevezetés a modern logikába, p. 175)

21 van Dalen: *Intuitionistic Logic* (pp. 234-243)

22 Gentzen egy másik rendszere, a szekvenskalkulus keretében hasonló plaszticitással mutatható meg a klasszikus és az intuicionista logika különbsége. (lásd erről: Shakarov: *Sequent Calculus*)

23 Kolmogorov: *Zur Deutung der intuitionischen Logik*

24 Igazából ez az értelmezés egy kicsit szigorúbb, mint a konstruktív matematikusoké. Ahhoz, hogy "$A \vee \neg A$"-t állíthassuk, nem szükséges az, hogy vagy "A"-t vagy "$\neg A$"-t valóban megoldjuk (bizonyítsuk), elég, ha birtokunkban van egy olyan eljárás ismerete, mellyel az egyik feladat biztosan megoldható. Gondoljuk itt egy ötven jegyű számra: *elvileg* kétségkívül bizonyítani tudjuk róla, hogy prím- vagy összetett szám-e.

például a Goldbach-sejtés, melyekről a "feladatszemantika" keretében nem tehetünk állítást, de ez a következmény nem kibírhatatlanul megrázó. Úgy tekinthetünk a kolmogorovi rendszerre, mint ami hasznos többlettudással szolgál.

Általánosságban szólva: egy realista matematika-szemlélet nem feltétlen kell, hogy elutasítsa a nem-klasszikus logikai operátorokat, hiszen a konstruktív bizonyítások információt nyújtanak. A realista álláspont elvetéséhez éppen a klasszikus operátorok konstruktív átvihetetlensége vezet, vagyis az, hogy konstruktív szempontból a klasszikus logika "nem látszik". Bár nem tudom, foglalkozott-e a kérdéssel, de Dummett talán azért dorgálhatná a kolmogorovi álláspontot, mert éppen ezzel nem vet számot; esetleg, ha végképp igazságtalanok akarunk lenni: mert kitér a súlyos filozófiai következmények elől.

Egy ideig úgy tűnt, szigorúbb logikája miatt a konstruktív matematika "szűkebb", mint a klasszikus; Hilbert[25] egyik ellenvetése az volt, hogy például az analízis, a "végtelen szimfóniája" elveszik benne. Igazából persze nem veszett el, csak Brouwer néhány ide vonatkozó megoldása találtatott némileg bizarrnak. Igazán "szépnek" bizonyult analízist csak Errett Bishop[26] alkotott 1967-ben, nála az is világos lesz, hogy a konstruktív matematika számos megoldása e területen is egyszerűbb és elegánsabb a klasszikuséinál. Dummett hosszasan érvel amellett, hogy az intuicionista logika a matematikának természetesebb és termékenyebb bázisa a klasszikusnál,[27] de világos, hogy többet akar: a konstruktív (antirealista) szemléletet egyéb "állításosztályokkal" kapcsolatban is – tehát általában a "világ", "valóság" (értsünk ezek alatt bármit) leírására is – hatékonyabb, elegánsabb és talán természetesebb "eszköznek" tartja, jóllehet, ennek nyílt megfogalmazásától többnyire óvakodik azon az alapon, hogy rengeteg mindent kell még feltárni ahhoz, hogy metafizikai kérdésekben felelős döntést hozhassunk.

1.1.3. Objektivizmus, "igazságfeltételesség"

Láttuk tehát, a realista elméletek magukévá kell, hogy tegyék a bivalencia elvét, vagyis azt, hogy minden jól formált mondat tudásunktól függetlenül, egyértelműen

25 Hilbert: *On the Infinite*

26 Bishop: *Foundations of Constructive Analysis*

27 Dummett: *The Philosophical Basis of Intuitionistic Logic*

igaz vagy hamis. De tételezhető az elvének egy gyengébb változata is, nevezetesen, hogy minden jól formált mondat meghatározott módon igaz vagy nem-igaz. E gyengébb elvre épülő szemantikákat objektivista szemantikáknak nevezzük. Világos, hogy egy realista interpretáció mindenképpen objektivista, (hiszen egy kétértékű, "igaz" és "hamis" értékelésű szemantika "erősebb", mint amit az objektivizmus megkíván), és az is, hogy ez fordítva nem áll. E szemantikák karakterisztikus tulajdonsága az, hogy megengedik, hogy az igazság (és a nem-igazság vagy a hamisság) tudásunktól függetlenül is fennállhasson.[28] Nem kétséges, hogy az intuicionista interpretáció nem ilyen, hiszen ott az igazság fogalma elválaszthatatlan attól, hogy az adott állítást igaznak ismerjük föl. Az objektivista és a nem-objektivista szemantika közti megkülönböztetés kardinális: a nem-objektivista szemantika képviselője nem lehet realista, míg az objektivista csak akkor realista, ha nem alkalmaz megszorításokat a kétértékűségre nézve; nem állítja például, hogy minden halmazelméleti állítás csak egy bizonyos modellre nézve igaz vagy hamis.[29] Hiszen a valódi platonista szerint minden halmazelméleti állítás igaz vagy hamis függetlenül az ismereteinktől; s ez még akkor is így van, ha egy ilyen abszolút struktúra felvázolása meglehetősen problematikus.

Azt mondhatjuk, hogy egy mondat igazságértékét két dolog határozza meg: a jelentése (részei jelentésén és összetételük módján keresztül) valamint a világ állapota. Tekintsük azonban a világ állapotát adottnak, és fordítsuk figyelmünket kizárólag a jelentés felé. Ahogy Fregétől[30] tudjuk, egy kifejezés jelentése (értelme) határozza meg referenciáját (jelöletét).[31] Ez azonban nem pusztán azt jelenti, hogy ha két kifejezés azonos jelentéssel rendelkezik, akkor szemantikai értékük is egybeesik; hanem azt is, hogy egy adott kifejezés szemantikai értéke jelentésével magyarázható. Vagyis, egy kifejezés jelentése az a mód, ahogyan a szemantikai érték adott

28 Ha a realizmus határait ilyen szűkre szabjuk, az objektivista, de nem-realista álláspontra a többértékű szemantikák nyújtanak példát. Hiszen bárhány igazságértékünk vagy kitüntetett igazságértékünk legyen is, az biztos, hogy az "igaz"-tól (vagy annak megfelelőjétől, mondjuk az "1" valószínűségtől) különbözni fog az összes többi.

29 Ehhez hasonlóan jár el az, aki a jövő (vagy a múlt) tekintetében un. neutralista. Számára nem létezik az "abszolút" igazság fogalma, csak az egy adott világhoz kötődő, (épp ezért nem is fogadhatja el az úgynevezett reduktív tézist, mint azt látni fogjuk). Ami miatt el kell utasítsa a realizmust az az, hogy egyáltalán nem ismer el olyasmit, mint egy állítás abszolút igazsága. Éppen ez az antirealizmus egyik formája: az abszolút igazságértékek felcserélése relatív igazságértékekkel.

30 Frege: *Jelentés és jelölet*

31 Dummett jelentés alatt mást, többet ért, mint Frege. E terminológiai problémáról lásd *A metafizika logikai alapjai*ban Máté András kontrollszerkesztői jegyzetét. De a "referencia" és "jelölet" sem ekvivalens: az utóbbi nyelven kívüli entitás, míg az előbbi nevek és állítások azon tulajdonsága, hogy jelölnek.

számunkra.

Dummett úgy tartja, hogy egy szemantikai elmélet csak bázisul szolgálhat egy jelentéselmélet számára; és csak akkor elfogadható, ha "hihető" jelentéselmélet építhető rá. Amennyiben tehát a szemantikai elméletünk objektivista, olyan jelentéselméletek építhetőek rá, amelyekben a jelentés ismerete abban állna, hogy tudatában vagyunk azon feltételeknek, melyek fennállása ahhoz szükségeltetik, hogy az adott kijelentés igaz legyen. Ezekben az igazság pedig egyértelműen kapcsolódik egyes állításokhoz, másokhoz pedig nem, függetlenül attól, hogy ennek tudatában vagyunk-e. Bizonyos esetekben azonban még ez is kevés lehet: modális operátorokat is tartalmazó komplex mondatok esetében például az azt alkotó részmondatokról nem csak azt kell tudjuk, hogy az aktuális világban igazak-e, hanem, hogy más világokban mi a helyzet. Egy dolog azonban biztos: minden kétértékű szemantikára épülő jelentéselméletnek "igazságfeltételesnek" kell lennie.

Ha az adott osztály kijelentéseinek némely interpretációja nem lenne realista, az nem azért van, mert ezek az interpretációk a bivalencia elvének elvetését hozzák magukkal, hanem mert forma szerint nem "igazságfeltételesek", vagyis elvetik azt, hogy egy mondat jelentésének megértése igazságfeltételeinek ismeretében állna. Ugyanakkor valaki az adott osztály állításaira nézve visszautasíthatja azt a koncepciót is, hogy a szinguláris neveket tartalmazó állítások igazságértékét az határozza meg, hogy egy terminus referál-e valamely objektumra. Wittgenstein[32] ezen az alapon lát komoly problémát a belső érzetekről, a "kályha fájdalmáról" való beszédben.[33]

1.1.4. Redukcionizmus, reduktivizmus

A realista szemlélet elutasítására úgy is alapot találhatunk, hogy nem vetjük el a bivalencia elvét. A redukcionizmus, a *redukcionista* tézis úgy tartja, hogy az adott osztály állításai lefordíthatóak egy másik osztály – a reduktív osztály – állításaira. Dummett a klasszikus fenomenalizmus példáját hozza, (mint a legünnepeltebb, a realizmust elvető irányzatét): az adott osztály állításai anyagi objektumokról szólnak,

32 Wittgenstein: *Filozófiai vizsgálódások* (pp. 166-168)

33 Az érzetekkel kapcsolatos következtetésekben Wittgenstein alkalmazhatatlannak tartja a kizárt harmadik "furcsa" elvét. Szerinte az elv semmitmondó, mert pusztán egy "képet" nyújt a gondolkodásunk számára, (ami pedig minden bizonnyal lehetne másféle is). Hogy a logikának nem nélkülözhetetlen elve ez, azt Wittgenstein már egy ideje tudta: éppen egy Brouwer nevű holland matematikus előadása után fordult figyelme ismét, másodszor is a filozófia felé.

s ezek az állítások mindig lefordíthatóak az érzetadatok nyelvére; vagyis az adott osztály leképezhető az érzetadatokról szóló állításokat tartalmazó reduktív osztályra. Ez a fordítás nem csak az igazságértékeket őrzi meg, hanem sémájának megragadása segít bennünket hozzá a kijelentések megértéséhez, vagyis a jelentés szempontjából konstitutív. (Természetesen mindig az adott osztály tekintetében vagyunk realisták vagy nem realisták)

De a realizmussal való szembenállás egy gyengébb tézis elfogadása alapján is megvalósulhat, s Dummett több lehetséges okot is felsorol arra, hogy ezt tegyük magunkévá. A *reduktív* tézis nem állítja, hogy létezik fordítás az adott és a reduktív osztály között, csupán annyit, hogy az adott osztály egyetlen állítása sem lehet igaz anélkül, hogy a reduktív osztály egy megfelelő állítása igaz ne legyen; valamint azt, hogy valamilyen módon ez utóbbi garantálja az előbbi igazságát. Mármost könnyen elképzelhető az – s ez az első motiváció a redukcionista tézis elvetésére, illetve annak reduktív tézissel való kiváltására – , hogy a reduktív osztályban mondjuk végtelen sok olyan állítás van, amelyik az adott osztály S állítását igazzá teszi. Ha a nyelvünk nem teszi lehetővé, hogy a reduktív osztály ezen állításainak diszjunkciójával létrehozzuk az S állítással "egyenértékű" állítást (márpedig ezt nem nehéz feltételezni), akkor nem létezik fordítás a két osztály között.

Másrészt, a reduktív tézis megengedi, hogy az adott és a reduktív osztály-beli állítások szótárainak részleges átfedése esetén is feltételezhessük a reduktív osztály-beli állítások megértését.[34] Persze az itt szereplő adott osztály-beli állításokat fedő szótár korlátozott lesz, s maguk az állítások is szigorúan csak bizonyos kontextusokban értelmezhetőek. Dummett a jövőbeli állításokkal kapcsolatos neutralizmus esetét hozza fel[35] itt példaként. A neutralisták úgy tartják, egy jövőbeli (esetleg múltbéli) állítás igazságértéke csak jelenbéli állítások igazságával ragadható meg, vagyis ha nem találunk megfelelő tendenciákat (vagy nyomokat) a jelenben, nem nyilatkozhatunk egy jövő (vagy múlt) -idejű állítás igazságáról. Ebben az esetben úgy tűnik, nem tudjuk egymástól függetleníteni az adott és reduktív osztály szótárát, hiszen a tendenciákról (vagy emlékekről) szóló állítások kénytelenek jövő (vagy múlt) -béli eseményekre vonatkozó terminusokat is használni.

34A legtöbb esetben a reduktív osztály nem "önálló", abban az értelemben, hogy állításai nem függetlenek az adott osztály állításaitól. A bizonyításokról szóló állítások például nem érthetőek azon állítások megértése nélkül, melyeknek a bizonyításai. Ugyanakkor például a behaviorizmus esetében más a helyzet: a reduktív osztály viselkedésről szóló állításokat foglal magában, melyek nem feltételezik az adott osztály-beli pszichológiai állítások megértését.

35 Dummett: *A metafizika logikai alapjai* (p. 321)

A harmadik alap a redukcionizmus elutasítására a reduktív tézis megtartása mellett az lehet, hogy nincs birtokunkban olyan módszer, amellyel egy adott osztály-beli S állításnak megfelelő reduktív osztály-beli Z állítást azonosíthatnánk.

Gyakran gondolják, hogy a reduktív tézis elfogadása szükségszerűen a bivalencia elvének elvetéséhez vezet, ez azonban Dummett szerint tévedés. Hogy a filozófusok rendszerint mégis beleesnek ebbe a tévedésbe, annak az az oka, hogy a reduktív tézis lefektetése valóban gyakran az első lépés azokban az érvelésekben, melyek a bivalencia elvének elutasításához vezetnek. A konstruktív matematika esetében az első lépésünk az, hogy azt mondjuk, egy matematikai állítás akkor igaz, ha létezik hozzá bizonyítás, a második lépés pedig annak belátása, hogy semmi okunk sincs azt állítani, hogy bármely értelmes matematikai állításhoz képesek vagyunk bizonyítást konstruálni.[36] Csakhogy például a behaviorizmus hasonlóan elfogadja a reduktív tézist, itt azonban nem mondhatjuk, hogy a pszichológiai állítások osztályára, mint adott osztályra *eleve* nem állna a bivalencia elve. Persze, wittgensteiniánus alapon lehet emellett érvelni, és minden bizonnyal maguk a behavioristák sem realisták erre az állításosztályra nézve.

Azokat a "realizmusokat", melyek összeférnek valamely reduktív tézissel, esetleg azon nyugszanak, Dummett szofisztikált realizmusnak nevezi; annak kijelentését pedig, hogy az adott osztályra nem alkalmazható reduktív tézis, irreducibilitási vagy redukálhatatlansági tézisnek. E tézis azt vonja maga után, hogy nincs nem-triviális válasz arra, hogy miért igaz az adott osztály egy mondata, ha igaz. A triviális válasz, amit esetleg adhatunk, természetesen nem informatív, pusztán a mondatban foglaltak megismétlése. Ha azt kérdezzük, a klasszikus matematika szerint mikor beszélhetnénk arról, hogy a Goldbach-sejtés igaz, azt kell, hogy mondjuk, akkor, ha minden páros szám felírható két prímszám összegeként, mindezzel azonban semmit mást nem mondtunk ki, mint magát a Goldbach-sejtést. A konstruktív matematika válasza ugyanerre a kérdésre nem-triviális: akkor beszélhetnénk a Goldbach-sejtés igazságáról, ha birtokunkban lenne egy bizonyítás konstrukciója. Hiszen tudjuk, a konstruktív matematika szerint általánosságban az tesz igazzá egy matematikai igazságot, ha létezik bizonyítása. A nem-triviális válasz nagy előnye tehát, hogy fényt vet az igazságfogalmunkra, a szemantikai elméletünkre, és ezen keresztül a hozzákapcsolódó jelentéselméletre. A realizmus persze önmagában még

36 A konstruktív matematika szemantikája, mint azt látni fogjuk, végül nem is lesz rászorulva a reduktív tézisre.

nem követeli meg a redukálhatatlansági tézis elfogadását. Amennyiben mégis kapcsolódik vele, úgy naiv realizmusról beszélünk.

1.1.5. A fenomenalizmus, mint szofisztikált realizmus

Fenomenalizmuson Dummettnél a neopozitivsta elgondolások modelljét kell értsük. Ilyenformán az adott osztályt itt fizikai[37] állítások alkotják, köztük természetesen olyanok is, melyek elméleti (nem-megfigyelési) terminusokat tartalmaznak. A reduktív osztályban pedig az ezeket megerősítő[38] megfigyelési állításokat[39] találjuk. Látható, hogy ebben az esetben az adott osztály szótára "bővebb", mint a reduktív osztályé; ha mással nem, legalábbis az elméleti terminusokkal gazdagabb. Már csak ezért sem meglepő, hogy a vitatott osztály általános, elméleti terminusokat tartalmazó állításainak adott esetben végtelen sok reduktív osztály-beli állítás lesz a "fordítása". A fenomenalizmus tehát nem redukcionista, csak reduktivista. Antirealisztikus vonása abban áll, hogy a "valósággal" való kapcsolatunk végső fokának az érzetadatokat tartja, és éppúgy ezek (illetve az ezeket megfogalmazó állítások) igazolják a fizikai valóságara vonatkozó állításainkat, mint ahogy ezek alapozzák meg őket. Dummett szerint azonban, mivel a fenomenalizmus nem veti el egyértelműen az adott osztályra nézve a bivalencia elvét, és bizony a jelentést is az igazságfeltételekben ragadja meg,[40] inkább a szofisztikált realizmusok közé kellene sorolni.

Komoly problémákkal találja szemben magát a fenomenalista, ha nem akar értelmetlennek minősíteni olyan adott osztály-beli állításokat, melyek az adott pillanatban nem kapcsolhatók össze aktuális érzetadatokról szóló állításokkal

37 A vitatott osztályban igazából minden olyan állítás előfordulhat, ami teljesíti a tudományosság (durvábban: értelmesség) kritériumait (vagyis verifikálható illetve konfirmálható), így tehát biológiai vagy akár közgazdaságtani állítások is. Ezek – a neopozitivista projekt értelmében – elvileg mindig visszavezethetők fizikai állításokra. Vagyis, könnyen lehet, hogy amikor a fizikai állításokról, mint adott osztályról beszélünk, az maga is egy reduktív osztály mondjuk a kémiai állítások osztályának szempontjából.

38 Hogy ez az igazolás mennyire kell szigorú legyen (lásd: verifikáció vs. konfirmáció) az itt nem lényeges számunkra.

39 Mondjuk un. protokolltételeket.

40 lásd pl.: "Ha tudnánk, hogy mi volna akkor, ha az adott mondatot igaznak találnánk, akkor tudnánk azt is, hogy mi a mondat értelme. És ha két mondat esetében azonosak a feltételek, amelyek mellett igaznak kellene tartanunk őket, akkor azonos az értelmük is. Ennélfogva egy mondat jelentése bizonyos értelemben azonos azzal a móddal, ahogyan igazságát vagy hamisságát meghatározzuk; és egy mondatnak csak akkor van jelentése, ha ilyen meghatározás lehetséges." (Carnap: *Ellenőrizhetőség és jelentés* pp. 377-378)

(márpedig minden bizonnyal nem akar).[41] Kénytelen lesz feltételes módú kondicionálisokat (kontrafaktuálisokat) megengedni a reduktív osztályban. Ha azt kérdezzük tőle, mi az, ami "a szomszéd szobában ég a villany" állítás igazságát garantálja, valószínűleg azt fogja felelni, hogy a "ha valaki átmenne a szomszéd szobában látná, hogy a lámpa ég" állítás az. De hasonló helyzetben vannak a behavioristák is, hacsak nem akarják tagadni, hogy az embernek vannak olyan érzelmei, gondolati és elvárásai, melyeknek sosem adja megfigyelhető jelét. Nem valószínű, hogy sokan képviselnék azt a nézetet, hogy azon pszichikai állapot, melyet nem jelez detektálható viselkedés, nem is létezik, hiszen ebből az következik, hogy aki nem vakarja meg a feje búbját, annak nem is viszket. Ha viszont nem akarunk ilyen szélsőséges álláspontra helyezkedni, akkor meg kell engedjük a "ha x keze nem ragadna a gépzsírtól, akkor megvakarná a feje búbját"-típusú állításokat a reduktív osztályban. Még matematikai kontextusban is könnyen előfordulhat, hogy valaki megengedi a feltételes kondicionálisokat; a konstruktív matematika persze alapelve szerint nem ilyen: nem azt mondja, hogy akkor igaz egy matematikai állítás, ha megfelelő feltételek mellett találhatnánk rá bizonyítást, hanem akkor, ha effektíve létezik ilyen.

Annak eldöntése, hogy a bivalencia elve áll-e az adott osztályra nem okoz nehézséget, ha a kontrafaktuális állítások ki vannak zárva a reduktív osztályból. A fentiek miatt azonban nem zárhatjuk ki őket, és az a probléma, amivel a fenomenalistának szembe kell néznie. Egy realista azt fogja mondani, hogy a "van élet az Androméda-ködben" adott osztály-beli állítás megtámasztható a "ha valaki megvizsgálná az Androméda-köd minden egyes bolygóját, találna legalább egy olyat, ahol van élet" reduktív osztály-beli mondattal; s ha az állítás hamis, az a feltételes módú kondicionális fog megfelelni neki, mely úgy épül fel, mint az előző azzal a különbséggel, hogy az utótagja kontradiktórius. Mivel az adott osztály-beli állítás igaz vagy hamis, *ezért* felel meg neki egy reduktív osztály-beli feltételes módú kondicionális vagy annak ellenkezője. A fenomenalista így nem érvelhet, mivel az ő nézete szerint az anyagi objektumokról szóló állítások igazságát éppen a kontrafaktuális állítások alapozzák meg. Számára ezek a kondicionálisok nem az adott osztály-beli állítások következményei, hanem éppen ezek konstituálják azok jelentését. Számára tehát az adott osztály-beli állítások igazságértékének

41 Nem lenne különösebben életrevaló elmélet az, ami alapján "a heves oxidáció égési sérüléseket okozhat" állítást csak akkor tartanánk értelmesnek, amikor épp megégetjük magunkat.

meghatározása feltételes módú kondicionálisok előzetes értékelésén múlik.[42]

A fenomenalisták álláspontja mindazonáltal realistának tekinthető. Sem a reduktív, sem a redukcionista tézis nem elegendő ugyanis önmagában ahhoz, hogy elvessük a realizmust az adott osztály tekintetében.[43] Az igazi demarkációs vonal tehát nem a realista és a fenomenalista közt húzható meg. Ezen az úton inkább a realizmus két típusát kapjuk: valaki lehet naiv realista vagy szofisztikált realista az adott osztály (itt az anyagi objektumok) tekintetében.

Ez a meglátást Dummett nem reductio ad absurdumnak szánja, éppen csak arra mutat rá, hogy amikor a valaki az antirealizmus tipikus példájaként mutatja be a fenomenalizmust, az nem tesz megfelelőképpen különbséget egy reduktív tézis elfogadása között és a standard típusú, "igazságfeltételes" jelentéselmélet elutasítása közt (ez utóbbi vezet ugyanis az antirealizmushoz). Mivel a realizmus azt kívánja meg, hogy egyrészt az adott osztályra nézve olyan igazságfogalommal rendelkezzünk, mely alapján minden adott osztály-beli állítás igaz vagy hamis, másrészt, hogy azt mondjuk, egy állítás jelentésének ismerete abban áll, hogy tudjuk milyen feltételek mellett igaz, ha igaz; és mivel mindkét feltétel tartható egy reduktív tézissel párhuzamosan; a reduktív tézis nem csak hogy nem elégséges, de nem is feltétlen szükséges a realizmus elutasításához.

1.1.6. Naiv realizmus, egyenes antirealizmus

Dummett szerint tehát kétféle realista van: az egyik valamely reduktív tézis mellett tesz hitet: ő a szofisztikált realista, a másik pedig redukálhatalansági tézist tart fent az adott osztályra, őt naiv realistának nevezzük. Fölmerül a kérdés, milyen módon tudna válaszolni a naiv realista arra, mi tesz igazzá egy adott igaz állítást. Mivel nem hivatkozhat reduktív osztály-beli állításokra (nem lévén neki olyanok), kizárólag triviális válasz adhat: például a kontinuum-hipotézist az teszi igazzá (ha igaz), hogy "a

42 A kontrafaktuálisok negációjának értelmezésével kapcsolatban merül föl itt probléma. A két fajta negáció két bivalencia-fogalmat hoz létre: a feltételes módú kondicionálisok erős bivalenciájáról beszélünk akkor, ha egy ilyen kondicionális hamissága egyenlő azon kondicionális igazságával, melyet úgy kapunk az előzőből, hogy az utótagjának ellenkezőjét vesszük; és gyenge bivalenciájáról, ha hamissága egyenlő azzal a kondicionálissal, melyet úgy kapunk belőle, hogy utótagja elé a "nem szükségszerűen" kifejezést illesztjük.

43 Sőt nem elegendő az sem, ha a reduktív osztályra is reduktív tézissel élünk. Az így kapott reduktív osztály tovább redukálható, vagyis végső soron akár feltehetjük reduktív osztályok ω számosságú (megszámlálhatóan végtelen) sokaságát is, önmagában még ez sem alapozza meg a realizmus elvetését.

valós számok halmazának bármely nem megszámlálható részhalmaza a valós számok halmazával azonos számosságú", vagyis az az állítás, ami éppen a kontinuum-hipotézist fogalmazza meg. Nem minden esetben kell ennek a válasznak ilyen egyértelműen tautologikusnak lennie, hiszen például egy egzisztenciálisan kvantifikált állítást igazzá tesz egyetlen releváns eset felmutatása (vagyis a "boszorkányok léteznek" állítást igazzá tenné az "Anna boszorkány" igaz állítás),[44] de egy dolog biztos: a naiv realista az adott osztály-beli állításokat igazságát adott osztály-beli állításokkal magyarázhatja.

A szemantikai elméletek nem tisztíthatóak meg teljesen az episztemológiai vonatkozásoktól. Ez érthető, hiszen a jelentés "végső soron ismeret kérdése"[45]: egy kifejezés jelentésén tulajdonképpen azt értjük, amit egy beszélőnek tudnia kell ahhoz, hogy azt mondhassuk, érti a kifejezést. Különösen fontosak az episztemológiai alapok a naiv realizmus esetében. A naiv realista úgy tartja, hogy valamiféle közvetlen kapcsolatban vagyunk "a világ dolgaival". Nem mindenkor, mindegyikkel persze, de megbízható indirekt forrásaink állnak rendelkezésre: a múltbéli eseményekről emlékeink, illetve mások beszámolói tanúskodnak. Vizsgáljuk most csak saját emlékeinket: ezeknek oka kell legyen, s ez nem lehet más, mint az adott eseménnyel való hajdani közvetlen érintkezés. Vagyis az emlékekben bízhatunk, hiszen miért is lennének emlékeink valamiről "csak úgy"? Nem világos persze, hogy mit is kell értsünk pontosan ezen a közvetlen érintkezésen, de még két további súlyos probléma is felmerül ezzel a nézettel kapcsolatban. Először is választ kéne tudni adni arra, hogyan lehetséges, hogy az emlékeink gyakran *mégis* megcsalnak minket[46] (mások beszámolóiról már nem is beszélve). Másodszor, felmerül a kérdés, hogy mi garantálja azt, hogy az adott "tényállás" azóta nem változott meg (visszamenőleg)? Dummett maga is elismeri, hogy ez látszólag nem tartozik a legértelmesebb kérdések közé, mégis, igen nehéz ellenében érvelni, ha fenntartjuk a közvetlen érintkezés meglehetősen problematikus fogalmát.

Ha valaki hasonló megfontolások miatt elutasítja a naiv realizmus

---

44 Persze, a természetes nyelvi többes szám a formális fordításban nem jelenik meg ($\exists xBx$), de úgy gondolom, egyébként, a józan ész szerint is bizonyítéknak tekintenénk egy eset felmutatását.

45 Dummett: *Realism* (p. 271)

46 Ezt onnan tudhatjuk, hogy "közvetlen kapcsolatba" kerülünk erre utaló tényekkel. *Annyira* naiv realista valószínűleg senki nem lesz, hogy azt állítsa, *minden* emlékünk közvetlen érintkezés megbízható nyoma, hiszen ezzel egy időben minden bizonnyal inkonzisztens logikát kellene fenntartania. Elég arra gondolnunk, hogy egy pár évvel korábbi esemény baráti körben való felelevenítése után mennyi mindenre emlékszünk *kicsit másként*.

episztemológiai vonatkozásait, ám fenntartja a bivalencia-elvet és a redukálhatatlansági tézist az adott osztályra nézve, úgy őt félnaiv realistának nevezhetjük. Az ő nagy problémája persze az lesz, hogyan is adjon számot a jelentésről. Ezen az úton azonban most nem követjük tovább.

Térjünk inkább egy pillanatra vissza a matematikai kontextushoz. Mint láttuk, a konstruktivista számára akkor igaz egy matematikai állítás, ha annak létezik bizonyítása. Ám éppen ez a "létezik" vet fényt a platonizmus és a konstruktivizmus jelentéselmélete közötti fontos különbségre: míg a platonista számára a létezés valami rajtunk kívül álló, addig a konstruktivista számára valami olyasmi, aminek nem lehetünk nem tudatában (hiszen a matematikai állítások belső konstrukciók). Minthogy pedig valaminek az igazsága (és állíthatósága) valamint bizonyítottsága (vagy az effektív bizonyítási eljárás ismerete) a konstruktivista számára egy és ugyanaz, a reduktív osztály bizonyításokról szóló állításai pusztán duplikálják az adott osztály-belieket. Így aztán, ha hajlandóak vagyunk megfizetni azt az árat, hogy a konstruktivista szemantikai elmélet szerkezete kevésbé lesz transzparens, a reduktív osztályt akár el is hagyhatjuk. A konstruktivista szempontjából a reduktív tézis kiinduló pont lehet, természetes módon mutat rá az egyéb antirealista nézetekkel való párhuzamra, de számára nem esszenciális. Általánosságban tehát a reduktív tézis nem szükséges feltétele az antirealizmusnak, elég, ha az adott osztály tekintetében nem vagyunk objektivisták.

Ha Dummett a matematikai platonistát esetleg félnaiv realistának tekinti, a konstruktivistát pedig egyenes antirealistának, vajon hogyan helyezhetnénk el ebben a modellben a matematikai formalizmust? A (Gödel előtti) formalista a bivalencia elvet kétségkívül fenntartja, sőt, termékeny alapelvként kezeli. Csakhogy – legalábbis eredeti szándéka szerint – a matematikát pusztán meghatározott szimbólumok meghatározott szabályok szerinti manipulációjának tekinti, nem tesz föl semmit, ami "e mögött" lenne. Ontológiája tehát üres. Ha a formalista bizonyításait reduktív osztály-beli állításoknak vesszük, azt mondhatjuk, van egy szemantikai elméletünk, melyben az adott osztályra áll a bivalencia-elv, jelentésfogalma is minden bizonnyal igazságfeltételes, ám az adott osztály állításai nem referálnak. Dummett elgondolásának éppen abban áll az ereje, hogy fölöslegessé teszi a referenciára való hivatkozást, az ontológiai kérdések irrelevánsak. A formalizmus tehát e modell szerint szofisztikált realizmus, hiszen az adott osztály-beli matematikai állítások egyértelműen "lefordíthatóak" a reduktív osztály-beli bizonyításokra. A formalista nézete szerint ily módon szorgalmas munkával minden adott osztály-beli állításról egyértelműen eldönthető, hogy igaz e vagy hamis. Gödel aztán bebizonyította, hogy az adott osztályban sajnos szükségszerűen vannak olyan állítások, melyek nem eldönthetőek, vagyis nincs fordításuk a bizonyítások reduktív osztályára. Hogy a formalista-projekt e súlyos eredmények elfogadása mellett mennyire tartható, most nem boncolgatjuk. Az azonban biztos, hogy a Dummett ismérve alapján a "realizmus"-címkét mindenképp el kell vitassuk tőle, hiszen innentől fogva nem tarthatja fönt a bivalencia-elvet az adott osztály állításaira nézve.

Ahogyan kétféleképp tartható realizmus az adott osztályra nézve, úgy két módon vethető el: elismerhetünk reduktív osztályt (és tézist) – így tesz a fenomenalista vagy a behaviorista – vagy nem: ez esetben teljes mellszélességgel antirealisták vagyunk, ahogyan a matematikai intuicionisták. Dummett ezen a ponton azért nem mulasztja el megjegyezni, hogy ehhez hasonló, egyenes antirealizmus akkor is tartható lenne, ha az adott osztályban nem matematikai állítások lennének, hanem mondjuk fizikaiak – jóllehet efféle filozófiai irányzatokról jelenleg nemigen tudunk. Ez az ártatlannak tűnő megjegyzés éppen azt hivatott sugallni, hogy az igen diszkréten elővezetett dummetti antirealizmus milyen messzire mutató következményekkel bírhat.

1.2. Elmosódott határok

Mint arról már korábban szó volt, a kizárt harmadik és a bivalencia elve nem azonos. Aki igazi realista a jövővel kapcsolatban, az úgy fogja gondolni, hogy egy jövőbeli állítás megértése abban áll, hogy tudjuk, minek kell fennállnia ahhoz, hogy igaz legyen; valamint, hogy igazsága független attól, hogy tudomásunk van-e igazságáról, illetve az egyáltalán megtudható-e. Csakhogy mondhatja azt valaki, hogy egy jövőbeli állításnak *most* kell igaznak lennie, vagyis jelenbéli feltételeknek kell garantálniuk az igazságát. Nem állítja, hogy ezekről a feltételekről tudomásunk van, sem pedig azt, hogy elvileg felfedezhetők, és azt sem, hogy ezek ismeretében igaz predikciókat tehetünk, csak annyit, hogy az igaz jövőbeli állítások jelen feltételek által okságilag meghatározottak. Amely jövőbeli állítás nem meghatározott ilyen módon, az nem igaz; viszont nem hamis az, amelynek jelen feltételek alapján nem következik a hamissága. A jövő tehát nem teljesen determinált. Kifejezhetjük ezt a lehetséges világok nyelvén: ekkor azt kell mondjuk, nincs kitüntetett jövő, egy állítás akkor igaz, ha minden lehetséges világban igaz, viszont bármely jövőbeli állításról mondhatjuk, hogy igaz vagy hamis, hiszen bizonyos világokban ténylegesen igaz, másokban hamis lesz, azt persze nem tudjuk, melyikben mi lesz a helyzet. Minthogy a realizmusnak szükséges feltétele az, hogy a bivalencia-elvet fenntartsuk az adott osztályra, viszont nem biztos, hogy meg szeretnénk engedni, hogy egy ilyen álláspont realistának számíthasson, magát a bivalencia-elvet kell szigorítanunk: "minden állítás egyértelműen[47] igaz vagy hamis".[48]

A fentiekben az, aki tagadta, hogy a jövő minden tekintetben determinált lenne, de úgy tartotta, minden (jólformált) jövőbeli állításának minden lehetséges világban "igaz" vagy "hamis" szemantikai értéke lesz, tulajdonképpen a kizárt harmadik elvére hivatkozott. A fönt megfogalmazott, erősebb bivalencia-elvből következik a kizárt harmadik elve, fordítva természetesen ez nem áll. A bivalencia-elv ugyanis (ahogy azt korábban már említettem) szemantikai elv, a benne található alternáció és negáció metanyelvi, míg a kizárt harmadik logikai elvében ezek tárgynyelviek.

Ám az imént megélezett bivalencia-elv újabb kihívásokkal fogja szembetalálni magát. Amikor az "Anna felért a csúcsra" mondatot kimondjuk nem biztos, hogy világos lesz, mire is gondolunk. Anna megmászhatott egy hegyet, de elérhette a szervezeti ranglétrán a lehetséges legmagasabb pozíciót (hogy egyéb szóba jöhető értelmezésekről ne is szóljunk). Erre azt mondhatjuk, hogy a többértelmű kifejezéseket tartalmazó állítások esetében mindig egyértelműen elkötelezhetjük magunkat egy bizonyos értelmezés mellett. Úgy pontosíthatjuk tehát a bivalencia-elvünket, hogy "minden egyértelmű állítás, és minden, adott interpretáció mellett tekintett állítás egyértelműen igaz vagy hamis".[49]

Az igazi probléma az elmosódott határú kifejezések esetében merül föl. Könnyen elképzelhető, hogy valaki pirosnak nevez egy adott színt, míg másvalaki narancssárgának, s könnyen elképzelhető, hogy a kérdésben több megkérdezett véleménye sem egyöntetű; vagyis szavazással nem dönthetünk a kérdésben. Úgy

47 A "determinately" szót Dummett szerint sem könnyű értelmezni. Azt mondja, értsük úgy, hogy ha valami "egyértelműen" igaz vagy hamis, akkor létezik egy egyértelmű válasz arra, hogy melyik, ami – ha más számára nem is – Isten számára ismert.

48 Dummett: *Bivalence and Vagueness* (pp. 202-204)

49 Dummett: *Bivalence and Vagueness* (p. 204)

tűnik, egyéb módszer sincs a kezünkben.[50] Határesettel van tehát dolgunk. Mondhatjuk-e ekkor, hogy "a szoknya piros" állítás igaz vagy hamis? Úgy tűnik, a jövővel kapcsolatos indeterminizmus esetéhez hasonlóan, a kizárt harmadik elvének értelmében igen, mivel ezzel nem fogunk többet állítani, mint azt, hogy "a szoknya nem piros" állítás pontosan akkor igaz, ha "a szoknya piros" állítás hamis. Ahhoz, hogy a szigorúbb bivalencia-elv is teljesüljön, a realistának azt kell feltételezni, hogy az elmosódott határú kifejezések "kijavíthatóak", egyértelművé tehetők, tökéletesen precizifikálhatóak.[51]

Dummett eljátszik a gondolattal, hogy ebből az a furcsa konklúzió vonható le, hogy a precizifikacionalista antirealista az elmosódott határok tekintetében. Realistának e kérdésben azt neveznénk, aki azt mondja, hogy az elmosódott határok jelensége nem a nyelv, hanem a valóság része, abban az értelemben, ahogy nem tudjuk pontosan megmondani, hol végződik a hegy és hol kezdődik a síkság. Dummett szerint persze ez nonszensz, az elmosódott határok sohasem az objektumokat jellemzik.

A dolognak csak az egyik oldala az, hogy például a színekre vonatkozó kifejezéseket elvileg érzékelésünk határáig pontosíthatjuk; kétségtelen sajnos, hogy még így is elmosódott határú régiókat kapunk. Másrészt viszont a szín nem csak fenomenális jelenség, hanem fizikai mennyiség is. Megfelelő műszerekkel megmérhetjük a hullámhosszát (ahogy más fizikai tulajdonságok más paramétereit), és talán egzakt módon hivatkozhatunk rá. Ám műszereink csak bizonyos mennyiségi nagyságrendekig "pontosak", és mivel e nagyságrendek "alatt" végtelen további nagyságrend található, biztosak lehetünk abban, hogy a helyzet eszközeink esetleges fejlődésével sem fog drámai fordulatot venni. Pontosan ez az a probléma, ami a következő fejezet tárgya lesz.

Ezen a ponton már a realistának a következő tézist kellene tartania, mint bivalencia-elvet: "minden egyértelmű kifejezés tökéletesen precizifikálható, minden egyértelmű, precíz állítás egyértelműen igaz vagy hamis; és minden objektumra vagy

50 A példa természetesen az úgynevezett szóritész-paradoxonokkal van közeli rokonságban. Hogy paradoxon legyen belőle, képzeljünk el egy falat, melyre a teljes színskála föl van festve. Erre egy olyan rostélyon keresztül tekintünk, melyre két rés van vágva olyan távolságban, hogy az első és a második résben látható színárnyalat nem megkülönböztethető. Ha a vörös oldaláról kezdjük nézni a falat, és úgy haladunk, hogy az második rés minden lépésben olyan pozícióba kerüljön, amilyenben az előző lépéskor az első volt, kénytelenek leszünk végül a zöldet is vörösnek nevezni. Lásd: Sainsbury: *Paradoxonok* (pp. 29-65)

51 A imprecizifikacionalista szerint viszont bizonyos kifejezések egy bizonyos pontnál tovább nem pontosíthatóak és így is elmosódott határúak maradnak, más kifejezések pedig esetleg vég nélkül precizifikálhatóak.

eseményre kiválasztható abszolút specifikus lírások (általában megszámlálhatatlan) sokaságából egy meghatározott, igaz leírás"[52]. Ezt az elvet vallani szemlátomást nem lehet kényelmes, de Dummett itt tőle szokatlan módon maga is konklúziót von, és szintén nem megszokott módon egészen erősen fogalmaz: ezt az elvet tartani nem csak hogy kényelmetlen, de "vad metafizikai extravagancia"[53].

Dummett szerint az antirealista és a realista egyaránt úgy vizsgálja a nyelvet, mint ami a valóságot (ilyen vagy olyan sikerrel) reprezentálja. Az antirealista tehát sem azt nem állítja, hogy a nyelvnek nincs ilyen funkciója, sem azt, hogy nincsen valóság, amit reprezentáljon; egyszerűen csak más a koncepciója arról, miben áll, milyen is ez a reprezentáció, mint a realistáé.[54]

2. Az idő realista és konstruktív szemlélete

Az alábbiakban Dummett írásait interpretálva arra teszek kísérletet, hogy a realista és antirealista álláspont következményeit az idő kapcsán bemutassam. A szövegben az idő, mint fizikai fogalom (mennyiség) fog szerepelni. E dolgozat nem tér ki Dummett időfilozófiájának igen jelentős, az okság fogalmával kapcsolatban tárgyalt fejezeteire. Ezek egy terjedelmes, önálló tanulmányt érdemelnének.

2.1. A realista modell

2.1.1. A meghatározottsági elv

Dummett elismeri, hogy valamilyen módon belénk van kódolva az, hogy a fizikai mennyiségeket – ilyen módon az időt is – tökéletesen meghatározottnak tartjuk; de legalábbis egy erre való hajlammal mindannyian rendelkezünk. Mindez metafizikai állásfoglalássá csiszolva annyit jelent, hogy ezek a mennyiségek a valóságban mindig egy meghatározott valós számnak felelnek meg, függetlenül attól, hogy ismerjük-e ezt

52 Dummett: *Bivalence and Vagueness* (p. 216)

53 Dummett: *Bivalence and Vagueness* (p. 216)

54 Dummett: *Bivalence and Vagueness* (pp. 205-206)

a számot, sőt, függetlenül attól is, hogy van-e akár csak *elméleti* lehetőségünk is a megismerésére. A fizika persze arra tanít bennünket, hogy bizonyos mennyiségek *kvantáltak*, vagyis végső, elemi egységeik vannak (ahogy például a sugárzott energiának). Ebben az esetben azonban semmi akadálya annak, hogy az ezekre vonatkozó mértéket racionális számnak feletessük meg, hiszen ezek ugyanúgy pontok a valós számok egyenesén, vagy másképp: a racionális számok halmaza a valós számok halmazának valódi része.[55]

A meghatározottság elve[56] tehát a következőképpen fogalmazható meg: a valóságban minden fizikai mennyiség meghatározott módon egy valós (akár racionális) számnak felel meg. Dummett szerint ez az elv annyira sajátunk, azok is tartják, akik soha nem hallottak még valós számokról.[57] Ez az állítás véleményem szerint talán kicsit erős, és minden bizonnyal ellenőrizhetetlen. Nem is teljesen világos, mit kell rajta értsünk (mindenkinek van valósszám-fogalma?), ám ezen nyugodtan túlléphetünk: az elv úgy tűnik valóban jól jellemzi alapvető elképzeléseinket a fizikai mennyiségekről.

Ha ez az elv valóban természetes vagy ösztönös, nyugtáznunk kell a tényt, hogy az ilyen jellegű elveink néha megdöbbentően erős metafizikai állásfoglalással kénytelenek együtt járni. Ezt az elvet tartva ugyanis Dummett szerint nem csak realisták, de *szuperrealisták* vagyunk e mennyiségek tekintetében, vagy még pontosabban: a fizikai mennyiségek értékeire vonatkozó állításokat tartalmazó osztályra nézve. A realizmushoz ugyanis elég lenne annyit állítanunk, hogy egy fizikai mennyiség mindig egy valós számnak felel meg, függetlenül attól, hogy ezt a valós számot ismerjük-e. Ezt az elvet azonban úgy is tartjuk, hogy világos: *elvi* lehetőségünk sincsen a szóban forgó valós számok megismerésére.

Egy mennyiség értékének megismerése kétségkívül abban állna, hogy megmérjük. Mérőeszközeink tökéletlenek, és belátjuk, bárhogyan finomodjanak is, a

55 Első látásra hasonlónak tűnhet a helyzet más esetekben is, ahol a tudomány elemi (vagy összetett, de valamilyen szempontból esszenciális) egységekről beszél, mint mondjuk a molekulák esetében. Valóban, az anyagmennyiség mértékegysége a mól, vagyis végső soron a *darab*. Csakhogy rögtön megváltozik a kép, ha x mólnyi (ahol x természetesen racionális szám) víz *térfogatát* vizsgáljuk. A molekulák közötti távolság a hőmérséklet hatására kontinuus módon változik, az azt leíró függvény – még ha (főleg -2 és +5 C° között) nem is különösebben egyszerű – minden bizonnyal folytonos, sőt differenciálható. Ez esetben úgy látszik joggal várjuk el, hogy a keresett mértékünk *valójában* a valós számok halmazában feleljen meg egy értéknek (ha méréseink ezt nem is képesek megmutatni). Itt azonban már az adott anyag térbeli kiterjedését vizsgáljuk. Úgy tűnik, ha nem is minden fizikai mennyiségről feltételezzük, hogy irracionális értéket vehet föl, az idővel és a térben elfoglalt pozícióval (vagy kiterjedéssel) kapcsolatosak ilyenek.

56 Dummett: *Is Time a Continuum of Instants?* (pp. 497-498)

57 Dummett: *Is Time a Continuum of Instants?* (p. 499)

tökéletlenség mindig jellemzőjük marad. A probléma természetesen az elmosódott határok kapcsán látottakkal analóg. Tetszőlegesen sok nagyságrenddel javuljon is egy bizonyos fizikai mennyiséggel kapcsolatos mérési pontenciálunk, "alatta" végtelen további nagyságrend marad. Méréseink végtelenül precizifikálhatók.[58] A legtöbb, ami birtokunkban lehet, az egy racionális végpontokkal[59] rendelkező intervallum, melyről tudjuk, hogy a kérdéses érték eleme. Eszközeink javulásával (vagyis nem mással, mint a technológia előrehaladtával) ezek az intervallumok csökkennek.

Ezek alapján akár úgy is vélhetnénk, hogy mindaz, ami egy fizikai mennyiség értekéről állítható ennyi és nem több: egy intervallumon belüli érték; vagyis nem lenne szükséges feltételeznünk, hogy egy valós számnak megfelelő "precíz" értékkel rendelkezik. Ez a nézet önmagában semmiképp sem vezetne a realizmus feladásához, hiszen minden további nélkül mondhatjuk, hogy egy fizikai mennyiség értéke akkor is egy bizonyos intervallumon belül fekszik, ha azt az intervallumot nem ismerjük, esetleg nem is fogjuk, sőt, elvi lehetőségünk sincs a megismerésére. Hogy mégsem helyezkedünk erre az álláspontra, azt Dummett azzal magyarázza, hogy nem ismerünk olyasmit, mint a precizitás elméleti határa. De még ha ismernénk is ilyet, az sem bírna kényszerítő erővel arra nézvést, hogy a meghatározottsági elvet feladjuk. Hiszen bátran feltételezhetnénk továbbra is, hogy egy mennyiség korrekt értéke a "végső" mérési hibahatárunkon belül egy valós számnak feleltethető meg.

Végső soron Dummett mintha azt állítaná, hogy legalábbis amíg ezeket a kritikai vizsgálódásokat el nem végezzük, nincs választásunk, az ösztönös meghatározottsági elv olyan erős bennünk, hogy az kelti fel a vég nélküli precizifikálhatóság képzetét, vagyis azt, hogy az egyre pontosabbá váló méréseink sorozatai valamely valós számhoz konvergálnak. Ha éppen ellenkező úton, metafizikai megfontolásokkal próbálnánk megalapozni az elvet, igen erős előfeltevésekkel kellene élnünk. Először is azzal, hogy nagyjából meg tudjuk mondani, hogy milyen eredménnyel jár majd egy még el nem végzett mérés. Másodszor, hogy a mérések a végtelenben valóban felvesznek egy meghatározott értéket; harmadszor pedig azzal, hogy a mérések "addig" monoton, konvergens

58 Meg kell jegyezni, hogy a mérési nagyságrendek kapcsán fölmerülhetnek olyan problémák, melyek jellemzően nem kvantitatívak. Ilyen esetekben mérési eszközeink finomodása önmagában nem elegendő ahhoz, hogy egyik nagyságrendből a másikba lépjünk, adott esetben az egész, a méréshez kapcsolódó elmélet revideálására szükség van. Elég itt mondjuk a Heisenberg-féle határozatlansági elvre gondolnunk. De azt hiszem, Dummett hajlamos lenne az efféléket szemléletünk szempontjából kontingens fizikai tényeknek nevezni.

59 Bár egy "*hiper*realista" talán még azt is feltételezheti, hogy a hibahatárainkra vonatkozó méréseink valós számokhoz fognak konvergálni...

sorozatot alkotnak.[60] A második előfeltevés igen merész: elméletileg is tökéletesen ellenőrizhetetlen. De az első és a harmadik feltételezés is annyira erős, hogy józan megfontolások után kénytelenek vagyunk (legalábbis) pusztán spekulatívnak minősíteni őket. Úgy gondolom, egyedi méréseink minden bizonnyal csak akkor fogják teljesíteni a konvergencia (mondjuk) Cauchy-féle kritériumát,[61] ha csak azokat vesszük figyelembe, melyek teljesítik azt. Egy elkövetkező mérés eredményét tudni pedig ebben az esetben nem más, mint tudni róla azt, hogy egy Cauchy-sorozat *következő* eleme lesz. Mondhatja esetleg valaki, hogy itt nem egyedi méréseket kell számba venni, hanem az azonos vagy hasonló hibahatárú mérések átlagát. Ez az elgondolás azonban kissé körben forog: a mérésektől várnánk azt, hogy egyre pontosabb eredményeket adjanak, nem pedig őket szeretnénk osztályozni a pontosságuk alapján.

Az is kétségtelen, hogy egy ilyen "megalapozás", még ha nem is vesz fontolóra közvetlenül tudományelméleti kérdéseket (hiszen méltán tekintheti a problémát "preteoretikusnak"), igen durva, lineáris technológia-képpel dolgozik. Pusztán annyit tesz fel, az idő múltával eszközeink egyre pontosabbak. Nem vet számot azzal a lehetőséggel, hogy az egyes mérési eljárások hibahatárai (a mögöttük álló elméleti vagy gyakorlati tényezők okán) esetleg nehezen összehasonlíthatók; vagyis azzal, hogy nem rendelkezünk általános módszerrel a hibahatárok "megmérésére".[62]

60 Dummett ugyan ezeket *két* előfeltevésként kezeli. (Dummett: *Is Time a Continuum of Instants?* p. 498)

61 Ezt a kritériumot informálisan valahogy így fogalmazhatnánk meg: bármilyen tetszőlegesen kicsiny is legyen egy sorozat két egymást követő eleme különbségének abszolút értéke (de nem nulla), a sorozatban még *végtelen* sok olyan őket követő elem lesz, amire igaz az, hogy a szomszéd párok közti különbség abszolút értéke kisebb a fentinél. (Formális megfogalmazását lásd pl.: Kovács t l.: *Analízis*, p. 31)

62 Ha az összehasonlításra lenne is univerzális módszerünk, akkor sem oldottunk meg minden problémát. Empirikus adatok gyakran hajlamosak úgy viselkedni, mintha valami jól ismert mintába rendeződnének. Vegyük a *rekordok* példáját. Általában birtokunkban van olyan módszer, amellyel képesek vagyunk többé-kevésbé vitán felüli döntéseket hozni arról, ki ugrik a legnagyobbat, ki úszik le a leggyorsabban egy adott távot, ki dobja legmesszebb a gumicsizmát; vagyis a "kedvező" esetek kiszűrése viszonylag egyszerű. Hogy a probléma elméleti tisztaságát megtartsuk (ne essenek latba "kontingens sporttörténeti tények") tételezzük föl, hogy hagyományteremtő szándékkal gumicsizmahajító-versenyt rendezünk Piripócs megyében. Az első évben a megye legerősebb embere jóval messzebb dobja a csizmát, mint bárki más. A következő évben már sokkal fölkészültebb a mezőny, szorosabb az eredmény is, de a legjobb dobás messze meghaladja az előző évi rekordot. Az arra következő évben szintén tovább éleződik a küzdelem, a rekord jelentősen meghaladja az előző évit, de már nem olyan mértékben, mint az előző évi az azt megelőző évit. Az ezután következő évek rekordjainak alakulásáról ugyanez elmondható, vagyis a rekordnövekmények rendre kisebbek az előző évinél. Milyen tanulságot szűrhetünk le? Szinte biztosan tudjuk, hogy soha, senki nem fogja egy kilométernyire eldobni a csizmát, és azt is valószínűsítjük, hogy ötszáz méterre sem. De valószínűtlen a háromszáz is. Viszont, ha egy sorozat korlátos, akkor kell, hogy legyen legkisebb korlátja is; tényleg létezne ilyen? Nos, bár *úgy tűnik*, a gumicsizma-hajítási rekordok teljesítik – pontosabban úgy néznek ki, mintha hosszú távon teljesítenék – Cauchy konvergencia-kritériumát, aligha gondoljuk, hogy megadható lenne egy konkrét határérték, amihez a távolságok tartanának. Hiszen ez pont az a távolság

Mindazonáltal még ezekből az előfeltevésekből sem következne a meghatározottság elve: még ha esetleg tudjuk is, hogy elkövetkező méréseink egy olyan (intervallum-)sorozat tagjai lesznek, ami korlátos és még konvergens is, attól még ez a sorozat nyugodtan konvergálhat valamely intervallumhoz is. Azt, hogy a határérték egy valós szám, még a fenti erős előfeltevések sem garantálják, kizárólag "ösztönös" szuperrealizmusunk.

2.1.2. Az idő klasszikus realista felfogása

Szent Ágoston, vallomásainak XI. fejezetében[63] plasztikusan megfogalmazza a realista időszemlélet által felvetett problémákat. Úgy véli, csak a jelen alkothatja a világ "szubsztanciáját", ugyanakkor állításaink közül nem csak azok lehetnek igazak, melyek a jelenről szólnak, hanem azon múltról vagy jövőről szóló állítások is, melyek megegyeztek vagy meg fognak egyezni a világ állásával. A múlt az, ami jelen volt, a jövő az, ami jelen lesz, vagyis egyikük sem létezhet a jelen nélkül. De mivel a múlt már nincs, a jövő még nincs, hogyan létezhet a jelen, mint határ? Hiszen hogyan lehetséges határ azon dolgok nélkül, melyeket határol?[64] Végső soron ezzel a problémával kell, hogy szembenézzen Dummett realistája is, aki úgy fogja meghatározni a jelent, mint pillanatot; vagyis mint pontot az idő kontinuumán.

A realista a meghatározottsági elv alapján áll, amikor azt mondja, az idő valamilyen módon a klasszikus matematika kontinuum-fogalmával analóg. Ahogy a számegyenesen a pontok, úgy helyezkednek el az pillanatok az idő végtelen "egyenesén". Azaz, ahogy a számokra (a valós számok halmazára) a *kisebb mint* ('<') reláció *erős*[65] rendezést ad, úgy ad erős rendezést az *előbb mint* reláció az időpontokra. E rendezés nem *jólrendezés*, hiszen például 0 és 1 közti számok nyitott intervallumán nem adható meg legkisebb elem. Nevezhetjük azonban "sűrű" rendezésnek, hiszen bármely *a* és *b* elem között találhatók további elemek (sőt, végtelen sok további elem

lenne, aminél messzebb ember *elméletileg* képtelen egy gumicsizmát elhajítani.

63 Augustinus: *Vallomások* (pp. 302-335)

64 "Ámde miképpen van ez a két idő, múlt és jövő, ha a múlt már nincsen, a jövő még nincsen? A jelen pedig, ha mindig jelen maradna, s nem zuhanna a múltba, nem idő volna, hanem örökkévalóság. Ha tehát a jelen csak úgy lehet idő, ha a múltba hanyatlik, miképpen mondjuk róla, hogy létezik? Hiszen létezésének oka éppen az, hogy nem lesz." (Augustinus: *Vallomások*, pp. 314-315)

65 Ez annyit jelent, hogy a *kisebb mint* reláció (a valós számok halmazán) irreflexív és tranzitív. De bír még egy tulajdonsággal, mégpedig, hogy összefüggő, vagyis a halmaz minden egyes tagja relációban áll a halmaz bármely másik olyan tagjával, ami nem önmaga.

található).

Természetesen, ha az idő "teléséről" akarunk beszélni, fel kell vegyünk egy egységet. Legyen ez a másodperc. Ha mármost azt kötnénk ki, hogy a másodperc kizárólag racionális értékeket vehet föl, azzal nem más feltételeznénk, mint hogy az időben "szakadások" vannak, például van egy szakadás azon (valamely kezdőponttól mért) időpontok között, melyeket olyan szám fejez ki, aminek a négyzete kisebb ötnél, és azok közt, melyeket olyan szám, aminek a négyzete nagyobb ötnél (mivel a $\sqrt{5}$ irracionális szám). De – ezzel a képpel szoros összefüggésben – van más okunk is arra, hogy "megengedjük" az időnek az irracionális értékeket: mértéke ugyanis teljesen önkényes. Minden különösebb erőlködés nélkül el tudjuk képzelni, hogy egy olyan mértékegységet használjuk (nevezzük mondjuk *altmásodperc*nek), ami a mostani másodpercünknek éppen $\sqrt{2}$-szöröse. Az altmásodperces rendszerben a másodperc persze irracionális értéket fog fölvenni ($1/\sqrt{2}$). Ha az időpontokra azzal a megszorítással élünk, hogy értékeiket csak a racionális számok halmazából vehetik, akkor ebben a rendszerben a másodperc nem létezik, kifejezhetetlen. Ezt pedig nem csak "metrikus patriotizmusunk" ellenzi, hanem azon (mélységesen realista) intuíciónk is, hogy az idő valamilyen értelemben abszolút, tőlünk és mértékegységeinktől független. Az időn végzett méréseink ugyan a többi mérésünkhöz hasonlóan pontatlanok, valójában azonban a pillanatok egészen "precízek", megfelelnek valamely valós számnak.

Már említettem, hogy Dummett álláspontja szerint ezt a képet a fizika azon tanításai sem cáfolják, melyek kvantumokról szólnak, sőt, az sem, ha a tér-idő szerkezet esetleg nem euklidészi. Világos: a realista számára mindegy, hogy egy síkra vagy egy puhatestű határa rajzolja a koordinátarendszert – átvitt értelemben, persze. Sőt, Dummett szerint szemléletünk szempontjából az is közömbös, hogy különböző viszonyítási rendszerekről beszélünk: *egy* adott rendszerrel kapcsolatos képünket ez teljesen érintetlenül hagyja.

Ha a pillanatokat, mint kontinuumot alkotó pontokat vesszük szemügyre, akkor ahogy a valós számok halmazáról a valós számok halmazába leképező függvények esetében az argumentumokhoz, az adott pillanatokhoz is "értékek" tartoznak: a világ aktuális állapota. De mit is kell ezen értenünk? A realista szerint valószínűleg azt, hogy a fizikai világ minden egyes "szereplőjének" (a testeknek csakúgy, ahogy a különféle részecskéknek) a pillanatbeli térbeli pozícióját valós számok pontosan meghatározzák, (még akkor is, ha ezeket az értékeket megismerni soha nem is leszünk képesek). Ekkor azonban azt kell észrevegyük (ahogy azt Dummett szerint Hume nagyon helyesen meg is tette), hogy ezek a pillanatok *logikailag* függetlenek egymástól. Ez nem mást jelent, minthogy e szerint a kép szerint a világ egy korábbi állapotából semmilyen módon nem következik a világ bármely későbbi állapota.[66] Ha ebben a modellben egy olyan világképet szeretnénk megjeleníteni, amiben nincsenek "ugrások", vagyis a változások folyamatosak, azt kéne feltételezzük, hogy a világ pillanatbeli metszetén minden pontnál *létezik* egy derivált.

Dummett felteszi a kérdést, hogy honnan származik ez a klasszikus realista modell. Válasza az, hogy semmikképpen nem a tapasztalatból; ellenkezőleg, belső (matematikai) szemléletünket "alkalmazzuk" a tapasztalatra. Azt kell lássuk azonban (Szent Ágostonnal összhangban), hogy időképünk igen tökéletlenül "illeszkedik" a világra azon túl is, hogy már a kontinuum kiterjedés nélküli egységekből való fölépítése (mint geometriai modell) is problémákat vet fel.

Először is, úgy tűnik, a pillanatok csak úgy létezhetnek, mint "állomások" egy eseménysorozatban. Ez esetben viszont nem a jelen "szubsztantív" az időre nézve, hanem éppen az eseménysorozat hozza létre a jelent, mint pillanatot. E fejlemény már csak azért sem biztos, hogy kedvünkre van, mivel nem kétséges: az *idő* fogalmának megalapozásához az *esemény* fogalmát hívja segítségül.[67]

Másodszor, abban, hogy a világban végbemenő változásokat folyamatosnak, ugrások nélkülinek képzeljük el, semmiféle konceptuális kényszer sincsen (a pillanatok logikailag függetlenek). Az efféle ugrások – ahogy azt Dummett alapján[68] azonnal látni fogjuk – szemléletileg teljesen koherensek. Hogy a világ egy adott időintervallumon vett történetét mégis hajlamosak vagyunk úgy értelmezni, mint ami fizikai mennyiségek a valós számok halmazából a valós számok halmazába leképező függvényeivel leírható, mely függvények ráadásul folyamatosak és minden pontjukban differenciálhatók, azt pusztán – ahogy Dummett fogalmaz[69] – a fizika törvényei

66 Természetesen olyan, hogy *következő* állapot nincsen, hiszen bármilyen közeli két pillanat között kell, hogy legyenek "közbeeső" pillanatok.

67 Ágostontól mindazonáltal nem áll messze az a felfogás, hogy az idő elválaszthatatlan az eseményektől. Állítása szerint a Teremtés előtt nem volt idő, az idő maga is teremtett, így tehát értelmetlen az a kérdés is, hogy mi volt a Teremtés előtt. (Augustinus: *Vallomások* p. 311-314) Dummettnál pedig ez a gondolat egészen explicit: "Az idő a változás mértéke: a létezése pusztán abban áll, hogy vannak függvények, melyek más mennyiségek értékeit megadják a különböző időpontokban." (Dummett: *Is Time a Continuum of Instants?* p. 509)

68 Dummett: *Is Time a Continuum of Instants?* (pp. 502-505)

69 Dummett: *Is Time a Continuum of Instants?* (p. 501)

kényszerítik ki.

A fizikai mennyiségek jelentős része olyan, hogy nem csak az adott pillanatról mond valamit, hanem – hogy az analízis nyelvhasználatát vegyük kölcsön – annak tetszőlegesen kicsiny környezetéről is. Ahogy az út-idő függvény deriváltja a sebesség-idő függvény, úgy a sebesség-idő függvényé a gyorsulás-idő függvény, hiszen az adott pontbeli differenciálhányadosok éppen a szóban forgó fizikai mennyiség változásának pillanatnyi trendjét rögzítik. Úgy látszik, ezek a mennyiségek *valamit mondanak* a múltról és a jövőről, ám mégsem tudunk olyan, bármilyen kicsiny intervallumot kijelölni, amiről biztosat állítanának. Annyit viszont maguk után vonnak, hogy a primitív függvényük folytonos: tehát például egy valamilyen irányban valamilyen sebességgel haladó test a "következő pillanatban" nem lehet akárhol. Ez esetben ugyanis nem lehetne sebessége (az adott pontban az út-idő függvény nem lenne differenciálható). Márpedig így a fizika szerint a világ dolgai – legalábbis nagy általánosságban – nem viselkedhetnek. Az kell lássuk ugyanakkor, hogy az ilyesmi nem *szemléleti* vagy *fogalmi* lehetetlenség.

Hogy nem az, azt Dummett diszkontinuitási példái hivatottak bizonyítani. Először az ugrásszerű változásokat (a továbbiakban: "*ugrás*okat") veszi szemügyre. Ugrásról akkor beszélhetünk, ha valamely változás *egyetlen pillanat alatt* megy végbe. Képzeljük el egy fizikai mennyiség alakulását a következőképpen: t_o időpontig 2 egységnyi értéket vesz fel, t_o időponttól kezdve pedig nullát. Dummett szerint ez nem hogy nem konceptuálisan lehetetlen, hanem ténylegesen valami ilyesmit képzelünk, amikor mondjuk egy fényforrás hirtelen kitakarására gondolunk, esetleg arra, hogy kapcsoló segítségével megszüntetjük a feszültséget egy ellenálláson. A magam részéről ebben nem vagyok annyira biztos, azt hiszem ezekben az esetekben hajlamosak vagyunk *mérhetetlenül gyors* változásokra gondolni; még akkor is, ha például a fény esetében éppen a fizika beszél kvantumokról, ez pedig valóban alapot ad egy olyan értelmezésnek, hogy a fényforrás kitakarásakor *egyszer csak* nem detektálható több fénykvantum. Az azonban kétségtelen, hogy ugrásokat el tudunk képzelni.

De nem csak, hogy el tudjuk képzelni őket, hanem függvényen is ábrázolhatóak, és Dummett véleménye szerint éppen ez mutat rá az ugrás fogalmának problematikus voltára. A fenti esetet ugyanis nem egy, hanem két függvény rögzíti, melyek mindenben megegyeznek, kivéve a t_o-ban fölvett értéküket. Ezen a ponton ugyanis egyikük 2, a másikuk 0 értéket vesz majd föl (ugyanis pontosan ezt jelenti, hogy valamely változás "egyetlen pillanat alatt" ment végbe).

A második Dummett által említett diszkontinuitást *szakadás*nak nevezem.[70] Adjunk meg egy függvényt a következő módon: $f(x)=2x$, de $f(1)=4$. A szakadás példája elég abszurd ahhoz, hogy ne lehessen fizikai illusztrációt találni hozzá; Dummett egy gondolatkísérletet javasol, próbáljunk elképzelni két objektumot, melyek 1 centire fekszenek egymástól, de van *egy pillanat*, amikor 5 centire. Rupert Read megjegyzi,[71] hogy számára nem igazán világos, hogy mivel a pillanat kiterjedés nélküli, *elképzelünk*-e egyáltalán valamit ebben az esetben. Én mindenesetre úgy gondolom, a kép *fogalmilag* világos.

Dummett legérdekesebb példáját nevezzük *oszcillációs diszkontinuitás*nak. Vegyünk egy ingát amely pályájának *K* középponttól természetesen egyenlő (mondjuk egységnyi) távolságra levő *A* és *B* végpontja között gyorsuló oszcillációs mozgást végez. 1/3 perc alatt jut el *K*-ból *A*-ba, aztán 1/6-od perc alatt *A*-ból *K*-ba, majd 1/10-ed perc alatt *K*-ból *B*-be. Képletünk az n-edik negyedfordulat kiszámítására a következő: $2/(n+1)(n+2)$. Észre kell vennünk, hogy a negyedfordulatok megtételéhez szükséges idők összege az 1-hez tart. Ebből pedig nem más következik, mint az, hogy az indítástól számított egy perc elmúltával az ingánk *végtelen* sok fordulatot fog megtenni. Világos, hogy e példának nem lehet fizikai modellje, ám konceptuálisan ez sem jelent problémát. Ugyanakkor józan eszünk nem fog tudni választ adni arra az egyszerű kérdésre, hogy hol lesz az inga egy perc elteltével.

Dummett gondolatkísérletei arra hivatottak rámutatni, hogy a klasszikus időmodell olyan lehetetlenségeket tűntet fel fogalmilag problémamentesnek, melyeket a józan ész nem fogadhat el fizikai realitásként. Így fogalmaz: "A klasszikus modellt vissza kell utasítsuk, mivel semmilyen magyarázattal nem szolgál arra nézve, hogy miért kell lehetetlennek lennie annak, ami az intuíció számára lehetetlennek tűnik. Lehetőségként tünteti föl, amit az ész kizár, és a fizika kontingens törvényeire hagyja, hogy kizárják azt, amit a fizikai valóság egy megfelelő modellje még csak nem is lenne képes megfogalmazni."[72]

---

70 Dummett "removable discontinuity"-ként hivatkozik a példára. Terminusválasztását, megvallom, nem értem.

71 Read: *Is "What Is Time" a Good Question To Ask?*

72 Dummett: *Is Time a Continuum of Instants?* (p. 505)

A feladat tehát egy olyan modell létrehozása lenne, amiben a fönti diszkontinuitási példák le sem írhatók. Ilyen lehetne esetleg az idő (és más fizikai mennyiségek) un. "fuzzy" felfogása. Eszerint a fizikai mennyiségek "konkrét" értékének intervallumokat tekintünk. Ezekkel az intervallumokkal kapcsolatban realista álláspontot foglalunk el, hiszen nem azt állítjuk, hogy a szóban forgó fizikai mennyiség értéke az intervallumon belül fekszik, hanem azt, hogy a keresett érték maga az intervallum; vagyis a fizikai mennyiség értékének fogalma szempontjából *konstitutív*.[73] Minthogy pedig realisták vagyunk, természetesen nem feltételezzük azt, hogy ezeket a konstitutív intervallumokat valaha is megismerhetjük: a fizikai mennyiségek értékei akkor is egy bizonyos intervallumnak felelnek meg, ha az az intervallumot nem ismerjük, és módunk sincs annak megismerésére. Az intervallumok nagyságának nem kell semmiféle kényszerítő (mondjuk empirikus) tényezőhöz alkalmazkodniuk: akármekkorák lehetnek.[74] Persze, nyilván a mérési potenciálunk alatti nagyságrendben fogjuk kijelölni őket, de igazából semmilyen kötöttséggel nem kell éljünk rájuk nézve.

Még azt is megengedhetjük, hogy csak racionális számokat tartalmazzanak, de persze két végpont között az összes racionális számot. Ilyenformán viszont azt már nem tudjuk előírni, hogy az intervallumok végpontjai is racionálisak legyenek, de mivel realisták vagyunk, ennek nincs komolyabb jelentősége: úgysem feltételezzük, hogy ezeket az intervallumokat valaha is képesek leszünk megmérni.[75]

A kontinuum (így az idő) ebben a modellben egymást részben átfedő konstitutív intervallumok folyamaként képzelendő el. Egy "pillant" hossza persze roppant kicsiny lesz, Dummett azt javasolja, tekintsük mondjuk kétszer olyan kicsinek, mint a mindenkori mérési pontosságunk – ez végül is többé kevésbé természetes alapegységet biztosít az időnek. Ő ezt az egységet *minim*nek nevezi. Egy minim tehát egy racionális számokból álló nyitott intervallum, ami, ha a középső pontját m-mel jelöljük, a következőképp néz ki: $(m-1/2,\ m+1/2)$. Analóg módon

73 Világos, hogy a konstitutív intervallumokkal kapcsolatos realizmus – finoman szólva – koránt sem olyan ösztönös vagy természetes, mint a klasszikus szuperrealizmus.

74 Az egész modell konzisztens módon felállítható lenne akár úgy is, hogy az intervallumok nem egyforma hosszúak. Ennek Dummett szerint motivációja lehet, hogy különböző szövegkörnyezetekben egészen mást érthetünk (mondjuk) egy pillanaton.

75 Mint fentebb láttuk, bátran feltételezhetjük, hogy egyre pontosabbá váló méréseink egy intervallumhoz konvergálnak.

határozható meg egyéb fizikai mennyiségek alapegysége is, ezt Dummett *quintrum*nak nevezi.

Ez a felfogás természetesen nem feltételezi, hogy az idő egymást követő statikus állapotokból állna, ellenkezőleg: a változások folytonossága biztosítható (s mint látni fogjuk: szükségszerű) lesz a modellben. De mit is érthetünk akkor egy függvény e modell szerinti folytonosságán? Azt, hogy ha f egy függvény és t_1 és t_2 egymást részben fedő intervallumok, akkor $f(t_1)$ és $f(t_2)$ függvényérték is részben fedni fogja egymást. Hogy f folytonos lesz, úgy láthatjuk be, ha feltételezünk egy r racionális számot, amit, ha t_1-ben található, akkor egy t_1 időpontra vonatkozó *elfogadható becslés*nek nevezhetünk. Ha ez az r szám t_2 időpontra is elfogadható becslés, akkor, joggal feltételezünk egy olyan q számot, ami $f(t_1)$-re és $f(t_2)$-re egyaránt elfogadható becslés. Vagyis, ha két időpontra ugyanazon becslést fogadjuk el, akkor kell lennie egy olyan becslésnek, melyet az adott, az idő függvényében változó fizikai mennyiség adott pillanatoknál felvett két értékére egyaránt elfogadhatónak tartunk. Ez pedig – mondja Dummett – nem kontingens fizikai törvény, hanem fogalmi kényszer.

Dummett bebizonyítja, hogy a változás maximális mértéke a modell szerint 1 quintrum/minim, valamint azt is, hogy ellentétben a klasszikus realista modellel, ahol csak egy pillanat*nál* történő változásról beszélhetünk, itt lehetséges változás egy pillanaton *belül*. Ehelyütt e bizonyításokat nem kívánom részletesen tárgyalni.[76]

Vajon ebben a modellben leírhatók-e a diszkontinuitási példák? Úgy tűnik, az oszcillációs diszkontinuitás semmiképpen: a változás a végtelenhez tartana, ám a modell szerint el kell érje a maximális (1 quintrum/minim) mértéket. Az ugrás és a szakadás bizonyos értelemben szimulálható, de csak abban az esetben, ha az ugrás nagysága, illetve a szakadás mérete *kisebb*, mint a konstitutív intervallum. Erre pedig talán azt mondhatnánk, hogy e fejleményeket nem vagyunk kötelesek komolyan venni, ha már egyszer meghatároztuk a konstitutív intervallumot, mint "referenciát".

Mi oka lehet akkor Dummettnek, hogy ne ezt a modellt fogadja el a "valóság" adekvát fogalmi keretének?[77] Ő maga mintha arra utalna, hogy a megoldás nem tökéletes: ugyan sikerül vele kizárnunk a diszkontinuus változásokat, ám vázolhatóak benne, tehát nem tökéletes fogalmi lehetetlenségek. Én még azért azt is hozzátenném, hogy a modellnek nincs meg az a "metafizikai eleganciája", ami ahhoz kellene, hogy biztos alapnak tekinthessük. Gondolom, nem lenne egyszerű meggyőzni a klasszikus

76 lásd: Dummett: *Is Time a Continuum of Instants?* (pp. 506-508)

77 Mint azonnal látni fogjuk, lehetséges olyan értelmezés, mely szerint tulajdonképpen elfogadja.

álláspont védelmezőit, hogy a különböző fizikai mennyiségek értékeiként ezentúl (akár különböző méretű) intervallumokra tekintsenek realista szemmel – valós számok helyett.

2.2. A konstruktív modell

Rupert Read Dummett *Is Time a Continuum of Instants?* című cikkére referáló írásában[78] igen kritikus hangnemet üt meg. Egyrészt nagyon hiányolja a filozofálás wittgensteiniánus módszerét Dummettnél (értsen bármit is ezalatt), másrészt azt veti Dummett szemére, hogy az általa modellezett disputának realista és antirealista között semmi tétje nincsen, hiszen a vita nem tényekről vagy igazságokról folyik (ad absurdum: a fizikusok időképét úgysem befolyásolhatják a résztvevők), így szerinte éppolyan értelmetlen ezeket az álláspontokat ütköztetni, mintha két zenemű között akarnánk igazságot tenni.[79]

Természetesen nem azért az érdeméért említem itt Readet, hogy a metafizika e gyönyörű carnapi metaforáját felmelegítette. Van azonban egy érdekes, és persze kellőképpen provokatív állítása. Mégpedig az, hogy Dummett álláspontja (amennyiben az az antirealista vagy konstruktív modell) csak annyiban különbözik a "fuzzy"-realista modelltől, mint amennyiben a Demokrata Párt regnálása különbözik az angol Munkáspártétól: ha a retorikai szintet nem tekintjük, a különbségek a tisztviselők cselekedeteinek hibahatárán belül vannak. Vagyis lényegileg semmiben.

Igaza lenne Readnek? Úgy tűnik, a konstruktív koncepció már kiindulópontjában erősen különbözik a realistától: a kontinuum matematikai fogalmát ugyanis az intuicionista matematikából meríti.

78 Read: *Is "What Is Time" a Good Question To Ask?*

79 Mindebből már sejthető, mit válaszol Read a dolgozatának címében feltett kérdésre. Az idő nem rejtélyesebb, mint más eszközeink, így filozófiai relevanciája is körülbelül akkora. Ezért aztán a "mi az idő?"-típusú kérdések szerinte pontosan annyira értelmesek, mint például a "mi a térkép?" vagy a "mi a mérőszalag?" kérdés.

Mint azt a dolgozat első felében láthattuk, az intuicionista (és a belőle szárba szökkenő konstruktív) matematika jellemzője, hogy a matematikai entitásokat nem tekinti "kész tényeknek"; számára pontosan annyiban létezők, amennyiben megkonstruáltak, vagy legalábbis, amennyiben bírunk olyan effektív eljárással, amellyel megkonstruálhatók. Tudjuk azt is, hogy e nézet következményei koránt sem pusztán ontológiaiak: döntően befolyásolják az érvényes eljárások körét a matematika fölépítésében, éppen ezért bizonyos értelemben "más" matematikát eredményeznek, mint a klasszikus.

Az intuicionista valósszám-*fogalom* tartalma azzal analóg, ahogyan a klasszikus matematikában a valós számokat *előállítjuk*: egy valós szám nem más, mint egy (konstruktív módon fölfogott) Chauchy-sorozat határértéke.[80] Ezeket a sorozatokat érthető módon *valós szám generátor*oknak nevezzük. Minthogy azonban az intuicionista számára a valós szám generátorok igazából soha nem állhatnak rendelkezésre (hiszen végtelen elemet konstruálni senki nem lehet képes), úgy kell tekintsünk ezekre a sorozatokra, mint amik vég nélkül "fejlődnek", és amihez belőlük hozzáférhetünk, az az adott sorozat egy bizonyos állapota. Ami mindenkor rendelkezésünkre áll, az a sorozat egy kezdeti, véges szakasza, amit még meg nem konstruált elemek végtelen sora követ. Értsünk az 'IPS'[81] rövidítés alatt így felfogott sorozatot.

Egy IPS-ről feltételezhetjük azt, hogy elkövetkező elemei *szabad kiválasztás*sal állnak majd elő. Ez nem azt jelenti, hogy bármilyen értéket fölvehetnek, könnyen lehet, hogy valamilyen megszorítással élünk rájuk nézve; mondjuk éppen azzal, hogy teljesítsék a Cauchy-kritériumot. Heyting szerint a szabad kiválasztású IPS-ek fogalma azért szerencsés, mert intuíciónknak megfelelően mutatja meg, hogy racionális számok sora hogyan reprezentálhatja valós szám generátorok kontinuumát,[82] Dummett pedig arra hívja föl a figyelmet, hogy gyakran valóban így

80 lásd: Heyting: *Intuitionism* (p. 30)

81 "Infinitely Proceeding Sequence". (lásd: Heyting: *Intuitionism*, p. 32)

82 Heyting: *Intuitionism* (p. 34). Valójában, én azt gondolom, egy szabad kiválasztású IPS a valós szám generátorok megszámlálhatóan végtelen sokaságát reprezentálja. Kétségtelen persze, hogy határértékeiket szem előtt tartva "képet kaphatunk" a kontinuumról.

állítunk elő sorozatokat (például empirikus megfigyelések mentén).[83]

Ezen a ponton már csak arra van szükség, hogy az így felfogott valós számokat halmazba rendezzük. Csakhogy, mint az sejthető, az intuicionista halmazelmélet is különbözik a klasszikustól. Brouwer egyik motivációja a módosított halmazelmélet kidolgozására egyébként éppen az volt, hogy topológiai kutatásai során azt kellett belátnia, hogy a kontinuum ponthalmazokként való előállítása dimenzionális problémát vet föl.[84]

Ahol halmazokra hivatkoznánk, ott az intuicionista *sokaságok*ról és *fajok*ról beszél.[85] Az első esetben a "halmaz" elemeit valamilyen módon generáljuk, a másodikban a dolgok valamilyen közös, karakterisztikus tulajdonságuk miatt kerülnek egy "halmazba". A sokaság fogalmához a szabad kiválasztású IPS-eken keresztül érkezünk, hiszen ez a "halmaz" (ha úgy tetszik) éppen egy sorozat adott állapota után lehetséges *összes* folytatásának sokaságát tartalmazza. Technikailag egy sokaságot két szabály határoz meg. Az első az úgynevezett *sokaság-szabály*, ami természetes számsorok segítségével kijelöli, mely ágak átvihetők a legyezőn. Azt mondja meg, hogy a kezdeti sorozatszegmensek közül melyik megengedett, melyik nem. E kezdeti sorozatszegmensek összessége alkotja az adott sokaság-szabály által meghatározott sokaságot. Természetesen, ha egy sorozat nem szabad kiválasztású, hanem egy egyértelmű szabály adja meg, arról adott esetben eleve tudhatjuk, hogy minden kezdeti szegmense megengedett lesz. A másik szabály az úgynevezett *komplementer* (vagy, Dummett terminológiájában, *korrelációs*) szabály, amely minden egyes természetes számhoz hozzárendel egy (jelen kontextusban) matematikai entitást. Ez esetben, mivel a valós szám generátorokkal foglalkozunk: egy racionális számot.

A *faj*(hoz tartozás) olyan tulajdonság, melyet (matematikai) entitásokról felteszünk. Ha egy fajt meghatároztunk, akkor minden olyan entitás, melyet korábban már "megkonstruáltunk" és teljesíti az adott fajhoz tartozás feltételeit, eleme lesz a fajnak. Így tehát: 1. Azon valós szám generátorok, melyek egy adott valós szám generátorral egybeesnek, egy fajt képeznek. Ez a faj egy *valós szám*. 2. Azon IPS-ek, melyek egy sokaság elemeivel azonosak fajt alkotnak. (Ezt Heyting *sokaság-faj*nak nevezi.)[86] 3. Az összes valós szám fajt alkot (és nem sokaság-fajt), ezt nevezzük

83 Dummett: *Is Time a Continuum of Instants?* (p. 510)

84 van Stigt: *Brouwer's Intuitionist Programme* (p. 11)

85 "Spreads" és "species". (lásd: Heyting: *Intuitionism*, pp. 32-50)

86 Heyting: *Intuitionism* (p. 38)

kontinuumnak.

Az így felfogott kontinuumon a *kisebb mint* reláció nem erős rendezés, ugyanis nem rendelkezünk olyan általános módszerrel, amelynek segítségével egyes valós számok egymáshoz való viszonyát eldönthetnénk. A klasszikus kontinuumról könnyen beláthatjuk, hogy $(a<b) \vee (a=b) \vee (a>b)$. Ez az intuicionista számára nem tartható, ő csak egy gyöngébb állítást tehet: ha $a,b,c \in \boldsymbol{R}$ és $b<c$ akkor $a<c$ vagy $a>b$. De az intuicionista ekvivalencia-fogalma is más. Megkülönbözteti $a \neq b$ és $a \# b$-t, mint egyenlőtlenséget és különállást. Az első esetben a és b egyenlőségének feltételezése ellentmondásra vezet, a másodikban birtokunkban van egy olyan k egész szám konstrukciója, hogy $|a-b|>1/k$.

Az intuicionista módszerekkel definiált számhalmazok alkalmazása egészen meglepő, és Dummett számára igen fontos következményhez vezet. Bármely $f(x)$ függvényre, ami $\boldsymbol{R}$-ből $\boldsymbol{R}$-be képez le igaz, hogy ha $f(x)$ a valós számok egy összefüggő intervallumán értelmezve van, akkor azon az intervallumon mindenütt folytonos.[87] Világos, hogy ez a függvény-fogalom nem ad helyet a diszkontinuitási anomáliáknak.

2.2.2. Az idő konstruktív modellje

Dummett vizsgálódásai, ha a filozófus mégoly óvatosan fogalmaz is, egyértelműen afelé a konklúzió felé tendálnak, hogy a tapasztalat tárgyaival szemben is olyan "szigorúságra" kell törekedjünk, amilyen az intuicionisták szigorúsága a matematika entitásai és módszerei kapcsán. Javaslata szerint megtehetjük, hogy csak azt tekintjük valóságosnak, ami általunk valamilyen formán hozzáférhető, előállítható. Természetesen, ennek az az ára, hogy "ösztönös" metafizikai meggyőződéseinket le kell váltsuk valami kevésbé magától értetődőre. De megéri-e megfizetni ezt az árat? Lehet-e ez a szemléletváltás annyira gyümölcsöző, mint a matematika intuicionista útja?[88]

Az alaptétel, amit a konstruktivizmushoz el kell fogadjunk az az, hogy semmi sem bírhat megfigyelhetetlen tulajdonságokkal. Ezt persze ne értsük berkeleyiánus

---

87 Heyting: *Intuitionism* (p. 47)

88 És még egy érdekes kérdés, amire ez a dolgozat nem fog válaszolni: *képesek vagyunk-e* egyáltalán megfizetni ezt az árat?

módon. Fogadjunk el "megfigyelésnek" mindenféle műszeres vizsgálatot, sőt, egy tulajdonság kiszámítását is. Azon kívül persze azt sem követeljük meg, hogy ez a megfigyelés aktuális legyen, megelégszünk azzal, hogy egy tárgy valamely tulajdonságának előállítására[89] képesek vagyunk. A tárgyak tulajdonságai tehát annyiban létezők, amennyiben azokat meg tudjuk mutatni.

Mármost, ha a fizikai mennyiségek értékeit tekintjük mint tulajdonságokat, konstruktív fogalmukat az IPS-ek intuicionista fogalma alapozza majd meg. Az idő klasszikus modelljében a pillanatok valós számoknak felelnek meg, és, úgy tűnik, lényegileg nincs ez másképp a konstruktív modellben sem, csak éppen a valós szám intuicionista fogalma különbözik jelentősen a klasszikus matematikáétól. Mint láttuk, az intuicionista számára a valós szám végső soron olyan *tulajdonság*, amivel IPS-ek, illetve azok csoportjai bírhatnak. Az IPS-ekről tudhatjuk, hogyan keletkeznek, milyen sokaság- és komplementer szabály vonatkozik rájuk, valamint ismerhetjük a kezdeti elemek egy véges sorozatát. Nyilvánvaló, hogy az IPS még elő nem állított végtelen sok elemét nem ismerhetjük, de azt tudhatjuk, hogy a sokaságra vonatkozó szabályok milyen feltételeket írnak elő rájuk.

Ha ráadásul ezeket az IPS-eket szabad kiválasztású sorozatoknak tekintjük, a mennyiségek egy olyan fogalmához jutunk, ami kellemesen összhangban van az értékek megismerésével kapcsolatos intuíciónkkal. Méréseink hibahatárai ugyanis kontingens empirikus tények, nemigen hajlunk arra, hogy azt gondoljuk, eredményeink javulása valamilyen előre meghatározott haladványnak megfelelően menne végbe. Egy fizikai mennyiség értékére tehát úgy tekinthetünk, mint szabad kiválasztású IPS-re: méréseink sorozatának kezdeti szegmensét pontosan ismerhetjük addig a pontig, amit éppen a mennyiség "aktuális" értékének tekintünk, "ezalatt" azonban el nem végzett mérések végtelen sorozatai "látszanak", vagyis, ha úgy tetszik, a kontinuum egy szelete. Hangsúlyozni kell azonban, nem feltételezzük azt, hogy az adott fizikai mennyiség keresett értéke ezen az intervallumon belül egy pont lenne; hanem éppen azt állítjuk, hogy ez az érték pontosan az, amit ismerhetünk, vagyis az adott IPS legutolsó, már előállított eleme.

A függvények folytonossága itt – ebben igaza van Rupert Readnek – hasonlóan fog megvalósulni ahhoz, ahogy azt a "fuzzy"-realista modellben láttuk; ott megjegyeztük azt is, hogy az elképzelés sikerességét nem befolyásolja az, ha különböző méretű intervallumokat tételezünk föl. Erre természetesen a fizikai

89 Nem sürgetnék választást a szó rendőri és ipari értelme között.

mennyiségek konstruktív szemléletekor szükségünk is lesz. Ahogy az ebből a képből és Brouwer matematikájából egyaránt következik, ebben a modellben minden az összes valós számon vagy valós számok egy intervallumán értelmezett függvény folytonos. A diszkontinuitási példák tehát itt nem rekonstruálhatók.

Azonkívül, a modellnek kétségtelenül erős a metafizikai bázisa: nem tűnik extrém kívánalomnak, hogy azt tekintsük valóságosnak, ami hozzáférhető.[90] Úgy látszik, Read ezt a metafizikai motivációt tartja teljes szükségtelennek, "retorikai" elemnek. Ez az, amiben – Dummett legalábbis valószínűleg így tartaná – fölösleges lenne vitába szállni vele.[91] Azt azonban úgy tűnik Read elfelejti nyugtázni, hogy Dummettnél a "fuzzy"-realista modell igazából "visszavetítés": a konstruktív modell módszere annak elvi támasza nélkül. A kettő hasonlósága tehát minden bizonnyal nem véletlen.

Hogy az efféle kérdések, az ilyen irányú kutatások mennyire "értelmesek", az meglehet, ízléskérdés. Én magam semmiképpen sem tartom fölöslegesnek azt, ha valamit a szó egy nagyon tág értelmében "megértünk". Ha – ahogy Dummett tartja – azon beidegződésünk, hogy a fizikai mennyiségeket határértékeknek, valós számoknak megfeleltethetőeknek tekintjük, nem a legjobb, meg kell nézni, mire megyünk nélküle. Ha elvetjük ezt a szemléletet, az a tudományos eredményeket minden bizonnyal valóban nem fogja döntő módon befolyásolni (noha természetesen egyáltalán nem kizárt, hogy egyes filozófiai értelmezések bizonyos kutatási területekre megtermékenyítően hatnak). A káoszelmélet például, mely éppen a kezdeti feltételekként szolgáló fizikai mennyiségek apró különbségein épül föl, ugyanúgy érvényes maradna egy konstruktív értelmezés mellett is, éppen csak azon – sokak ízlésének minden bizonnyal amúgy sem kedves – vonását fogja elveszteni, hogy determinisztikus. Ezt a játszmát pedig én egyáltalán nem érzem tét nélkülinek.

2005, Budapest

90 Minden bizonnyal nem erős teológiai érvként kell fölfognunk Dummett ide vonatkozó gondolatát: miért teremtene Isten olyan világot, amiben a valóság olyasmi, amit a teremtményei elvileg képtelenek megismerni? (Dummett: *Is Time a Continuum of Instants?*, p. 515)

91 "Aki nem törődik azzal, ha nincs világos elképzelésünk arról, amit csinálunk – aki tehát megelégszik azzal, hogy bízunk abban, hogy amiben megegyeztünk, az igaz, még ha nem is tudjuk, mit jelent, mi teszi igazzá, vagy milyen alapon hisszük el –, az minden ilyen tárgyú vizsgálódást fényűzésnek fog tartani. A filozófus nem új ismeretekre törekszik, hanem a már meglévő tudás megértésére." (Dummett: *A metafizika logikai alapjai* p. 243)

Hivatkozott irodalom:

Augustinus: Vallomások (Ecclesia, 1974, Bp. ford.: Városi István)

Bishop, Errett: Foundations of Constructive Analysis (1967, Mc-Graw Hill Book Company, New York)

Boyd, Richard: A tudományos realizmus jelenlegi helyzete (In: Laki János (szerk.): Tudományfilozófia, Osiris, 1998, Bp., ford.: Ambrus Gergely)

Brouwer, Luitzen Egbertus Jan: Intuitionism and Formalism (http://www.ams.org/bull/2000-37-01/S0273-0979-99-00802-2/S0273-0979-99-00802-2.pdf)

Carnap, Rudolph: Ellenőrizhetőség és jelentés (In: Altrichter Ferenc (szerk.): A Bécsi Kör filozófiája, Gondolat, 1972, Bp., ford.: Altrichter Ferenc)

van Dalen, Dirk: Intuitionistic logic (In: Gabbay – Guenthner: Handbook of Philosophical Logic vol III., 1987, Dordecht)

Dummett, Michael: Bivalence and vagueness (*Theoria* 61, 1995, pp. 201-216)

Dummett, Michael: Is Time a Continuum of Instants? (*Philosophy* 75, 2000, pp. 497-515)

Dummett, Michael: A metafizika logikai alapjai (Osiris,2000, Bp., kontrollszerk.: Máté András)

Dummett, Michael: The Philosophical Basis of Intuitionistic Logic (In: Truth and Other Enigmas, Harvard University Press, 1978, Cambridge, Massachusettes)

Dummett, Michael: Realism (In: The Seas of Language, Clarendon Press, 1993, Oxford, pp. 230-276.)

Frege, Gottlob: 17 Kernzätze zur Logik (In: Nachgelassene Schriften, Felix Meiner Verlag, 1969, Hamburg, pp. 189-190)

Frege, Gottlob: Jelentés és jelölet (In: Logikai vizsgálódások, Osiris, 2000, Bp., ford.: Máté András)

Heyting, Arend: Intuitionism, an introduction (North-Holland Publishing Company, 1971, Amsterdam)

Hilbert, David: On the Infinite (In: van Heijenoort, Jan (ed.): From Frege To Gödel: A Source Book in Mathematical Logic, 1879-1931, 1967, Harvard University Press)

Kovács József - **Takács** Gábor - **Takács** Miklós: Analízis (Nemzeti Tankönyvkiadó, 1986, Bp.)

Kolmogorov, A. N.: Zur Deutung der intuitionischen Logik (In: Mathematische Zeitschrift 35, 1932)

Read, Rupert: Is "What Is Time" a Good Question to Ask? (*Philosophy* 77, 2002, pp. 193-209)

Russell, Bertrand: On denoting (http://cscs.umich.edu/~crshalizi/Russell/denoting/; vagy magyarul: A denotálásról, In: Kortárs tanulmányok a logikaelmélet köréből, Gondolat, 1985, Bp., pp. 143-166)

Ruzsa Imre - **Máté** András: Bevezetés a modern logikába (Osiris, 1997, Bp.)

Sakharov, Alex: Sequent Calculus (http://mathworld.wolfram.com/SequentCalculus.html)

Sainsbury, R. M.: Paradoxonok (Typotex, 2002, Bp., ford.: Csaba Ferenc)

van Stigt, Walter P.: Brouwer's Intuitionist Programme (In: Mancosu, P. (ed.): From Brouwer To Hilbert – The Debate On The Foundations of Mathematics in the 1920s, 1997, Oxford University Press)

Tennant, Neil: Anti-realism and Logic (Clarendon Press, 1987, Oxford)

Wittgenstein, Ludwig: Filozófiai vizsgálódások (Atlantisz, 1998, Bp., ford.: Neumer Katalin)