

3	5	5	5	5	8	7	7	(4)	45	100%

1. Add meg a következő egyenlet megoldásait!

$$\frac{3(x-4)(3x+6)(5-10x)(12x+48)}{2x-1} = 0$$

/ 3

2. Oldd meg a következő egyenletet!

$$\frac{y}{3y-3} - \frac{5-y}{y-1} = 1$$

/ 5

3. Oldd meg a következő egyenlőtlenséget! Válaszodat relációs és intervallum-jelöléssel is add meg!

$$\frac{z+1}{z-3} \leq 0$$

/ 5

4. Oldd meg a következő egyenlőtlenséget! Válaszodat relációs és intervallum-jelöléssel is add meg!

$$\frac{x+9}{3} \leq |x-2| + 1$$

/ 5

5. Oldd meg a következő egyenletrendszert!

$$\begin{cases} x + 5y = 7 \\ x - 3y = -1 \end{cases}$$

/ 5

6. Oldd meg a következő egyenletet:

$$|x + 2| - |x - 3| = x$$

/ 8

7. Hány liter tiszta vízzel kell hígítani 1 liter 55%-os alkoholt, hogy a keverék 40%-os alkohol legyen?

/ 7

8. Két csapon át egy medence 1 óra 20 perc alatt telik meg. Ha az első csövet 10 percre, a másikat pedig 12 percre nyitjuk meg, a medence csak $\frac{2}{15}$ részéig telik meg. Mennyi idő alatt tölti meg a medencét külön az egyik, illetve a másik csap?

/ 7

9. **Szorgalmi.** Oldjuk meg a következő egyenletet: $|x + 2| + (x - y)^2 = 0$

/ 4

3	5	5	5	5	8	7	7	(4)	45	100%

1. Add meg a következő egyenlet megoldásait!

$$\frac{3(x-4)(3x+6)(5-10x)(12x+48)}{2x-1} = 0 \quad x \in \{4, -2\} \quad (\text{de } \frac{1}{2} \text{ nem jó})$$

/ 3

2. Oldd meg a következő egyenletet!

$$\frac{y}{3y-3} - \frac{5-y}{y-1} = 1$$

kikötés: $y \neq 1$

$$\frac{y}{3y-3} - \frac{15-3y}{3y-3} = 1$$

$$\frac{4y-15}{3y-3} = 1$$

$$4y-15 = 3y-3$$

$$y = 12$$

/ 5

3. Oldd meg a következő egyenlőtlenséget! Válaszodat relációs és intervallum-jelöléssel is add meg!

$$\frac{z+1}{z-3} \leq 0$$

kikötés: $y \neq 1$ Két eset:

(1) $\frac{+}{-}$: $z+1 \geq 0$ és $z-3 < 0$, röviden $-1 \leq z < 3$

(2) $\frac{-}{+}$: $z+1 \leq 0$ és $z-3 > 0$, de ilyen eset nincs

Tehát: $-1 \leq z < 3$ illetve $z \in [-1, 3[$

/ 5

4. Oldd meg a következő egyenlőtlenséget! Válaszodat relációs és intervallum-jelöléssel is add meg!

$$\frac{x+9}{3} \leq |x-2| + 1$$

Metszéspontok: $x = 0$ és $x = 6$.

Rel. válasz: $x \leq 0$ vagy $x \geq 6$.

Int. válasz: $x \in]-\infty; 0] \cup [6; \infty[$

/ 5

5. Oldd meg a következő egyenletrendszert!

$$\begin{cases} x + 5y = 7 \\ x - 3y = -1 \end{cases}$$

$$(1) - (2) : 8y = 8$$

$$y = 1$$

$$\Rightarrow x + 5 \cdot 1 = 7$$

$$x = 2$$

/ 5

6. Oldd meg a következő egyenletet:

$$|x + 2| - |x - 3| = x$$

- I. $x < -2 \Rightarrow -x - 2 + x - 3 = x \Rightarrow x = -5$
 II. $-2 \leq x < 3 \Rightarrow x + 2 + x - 3 = x \Rightarrow x = 1$
 III. $3 \leq x \Rightarrow x + 2 - x + 3 = x \Rightarrow x = 5$

/ 8

7. Hány liter tiszta vízzel kell hígítani 1 liter 55%-os alkoholt, hogy a keverék 40%-os alkohol legyen?

oldat	%	oldott anyag
x	0%	0
1	55%	0.55
x+1	40%	0.55 = 0.4(x+1)

$$\Rightarrow x = 0.375 = \frac{3}{8}$$

/ 7

8. Két csapon át egy medence 1 óra 20 perc alatt telik meg. Ha az első csövet 10 percre, a másikat pedig 12 percre nyitjuk meg, a medence csak $\frac{2}{15}$ részéig telik meg. Mennyi idő alatt tölti meg a medencét külön az egyik, illetve a másik csap?

csap	idő (óra)	megtöltött medencék száma
1. csap	x	1
2. csap	y	1
1. csap	1	$\frac{1}{x}$
2. csap	1	$\frac{1}{y}$
1-2. csap	1	$\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$
1-2. csap	1 óra 20 perc = $\frac{4}{3}$ óra	$\frac{4}{3} \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} \right) = 1$
1-2. csap	10 és 12 perc, azaz $\frac{1}{6}$ és $\frac{1}{5}$ óra	$\frac{1}{6} \cdot \frac{1}{x} + \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{y} = \frac{2}{15}$

$$\begin{cases} \frac{4}{3} \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} \right) = 1 \\ \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{x} + \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{y} = \frac{2}{15} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{4}{3}(A+B) = 1 \\ \frac{1}{6}A + \frac{1}{5}B = \frac{2}{15} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4A + 4B = 3 \\ 5A + 6B = 4 \end{cases} \Rightarrow 3 \cdot (1) - 2 \cdot (2) : 12A + 12B - 10A - 12B = 9 - 8 \Rightarrow A = \frac{1}{2} \Rightarrow B = \frac{1}{4} \Rightarrow \begin{matrix} x = 2 \\ y = 4 \end{matrix}$$

Tehát 2 óra alatt tölti meg az 1. csap és 4 óra alatt a 2. csap.

/ 7

9. **Szorgalmi.** Oldjuk meg a következő egyenletet: $|x + 2| + (x - y)^2 = 0$

mivel mindkettő tag poz. kell legyen, összegük pontosan akkor nulla, ha mindkettő nulla
 $\Rightarrow x = -2$ és $x = y$.

/ 4

3	5	5	5	5	8	7	7	(4)	45	100%

1. Add meg a következő egyenlet megoldásait!

$$\frac{3(x-4)(3x+6)(5-10x)(12x+48)}{2x-1} = 0 \quad x \in \{4, -2\} \quad (\text{de } \frac{1}{2} \text{ nem jó})$$

kikötés
helyes megoldások
hamisgyök kizárása

min 1pt
1pt
1pt

/ 3

2. Oldd meg a következő egyenletet!

$$\frac{y}{3y-3} - \frac{5-y}{y-1} = 1$$

kikötés: $y \neq 1$

$$\frac{y}{3y-3} - \frac{15-3y}{3y-3} = 1$$

kikötés

min 1pt

közös nevező

1pt

$$\frac{4y-15}{3y-3} = 1$$

helyes bővítés

1pt

$$4y-15 = 3y-3$$

előjelre vigyáz

1pt

$$4y-15 = 3y-3$$

helyes összevonás

1pt

$$y = 12$$

/ 5

3. Oldd meg a következő egyenlőtlenséget! Válaszodat relációs és intervallum-jelöléssel is add meg!

$$\frac{z+1}{z-3} \leq 0$$

kikötés: $y \neq 1$ Két eset:(1) $\frac{+}{-}$: $z+1 \geq 0$ és $z-3 < 0$, röviden $-1 \leq z < 3$ (2) $\frac{-}{+}$: $z+1 \leq 0$ és $z-3 > 0$, de ilyen eset nincsTehát: $-1 \leq z < 3$ illetve $z \in [-1, 3[$

kikötés

min 1pt

esetszétválasztás

1pt

nullára vigyáz (nevezőben ne)

1pt

rossz esetet kizárja

1pt

helyes relációs válasz

1pt

helyes intervallumos válasz

1pt

/ 5

4. Oldd meg a következő egyenlőtlenséget! Válaszodat relációs és intervallum-jelöléssel is add meg!

$$\frac{x+9}{3} \leq |x-2| + 1$$

Metszéspontok: $x = 0$ és $x = 6$.Rel. válasz: $x \leq 0$ vagy $x \geq 6$.Int. válasz: $x \in]-\infty; 0] \cup [6; \infty[$

baloldal helyes ábrája

1pt

jobboldal helyes ábrája

1pt

metszéspontok megtalálása

1pt

helyes relációs válasz

1pt

helyes intervallumos válasz

1pt

/ 5

5. Oldd meg a következő egyenletrendszert!

$$\begin{cases} x + 5y = 7 \\ x - 3y = -1 \end{cases}$$

$$(1) - (2) : 8y = 8$$

$$y = 1$$

hibánként -2pt

$$\Rightarrow x + 5 \cdot 1 = 7$$

$$x = 2$$

/ 5

6. Oldd meg a következő egyenletet:

$$|x + 2| - |x - 3| = x$$

I.	$x < -2$	$\Rightarrow -x - 2 + x - 3 = x \Rightarrow x = -5$	esetek megkülönböztetése	2pt
II.	$-2 \leq x < 3$	$\Rightarrow x + 2 + x - 3 = x \Rightarrow x = 1$	intervallumonkénti elkülönítés	2pt
III.	$3 \leq x$	$\Rightarrow x + 2 - x + 3 = x \Rightarrow x = 5$	egyenletek felírása	2pt
			egyenletek rendezése	1pt
			megoldások	1pt

/ 8

7. Hány liter tiszta vízzel kell hígítani 1 liter 55%-os alkoholt, hogy a keverék 40%-os alkohol legyen?

oldat	%	oldott anyag	$\Rightarrow x = 0.375 = \frac{3}{8}$	táblázat helyes felírása	min 2pt
x	0%	0		a helyes egyenlet felírása	min 4pt
1	55%	0.55		egyenlet helyes megoldása	2pt
x+1	40%	$0.55 = 0.4(x+1)$		szöveges válasz	1pt

/ 7

8. Két csapon át egy medence 1 óra 20 perc alatt telik meg. Ha az első csövet 10 percre, a másikat pedig 12 percre nyitjuk meg, a medence csak $\frac{2}{15}$ részéig telik meg. Mennyi idő alatt tölti meg a medencét külön az egyik, illetve a másik csap?

csap	idő (óra)	megtöltött medencék száma
1. csap	x	1
2. csap	y	1
1. csap	1	$\frac{1}{x}$
2. csap	1	$\frac{1}{y}$
1-2. csap	1	$\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$
1-2. csap	1 óra 20 perc = $\frac{4}{3}$ óra	$\frac{4}{3} \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} \right) = 1$
1-2. csap	10 és 12 perc, azaz $\frac{1}{6}$ és $\frac{1}{5}$ óra	$\frac{1}{6} \cdot \frac{1}{x} + \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{y} = \frac{2}{15}$

táblázat helyes felírása min 2pt
a helyes egyenlet felírása min 4pt
egyenlet helyes megoldása 2pt
szöveges válasz 1pt

$$\begin{cases} \frac{4}{3} \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} \right) = 1 \\ \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{x} + \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{y} = \frac{2}{15} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{4}{3}(A+B) = 1 \\ \frac{1}{6}A + \frac{1}{5}B = \frac{2}{15} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4A + 4B = 3 \\ 5A + 6B = 4 \end{cases} \Rightarrow 3 \cdot (1) - 2 \cdot (2) : 12A + 12B - 10A - 12B = 9 - 8 \Rightarrow A = \frac{1}{2} \Rightarrow B = \frac{1}{4} \Rightarrow x = 2, y = 4$$

Tehát 2 óra alatt tölti meg az 1. csap és 4 óra alatt a 2. csap.

/ 7

9. Szorgalmi. Oldjuk meg a következő egyenletet: $|x + 2| + (x - y)^2 = 0$

mivel mindkettő tag poz. kell legyen, összegük pontosan akkor nulla, ha mindkettő nulla
 $\Rightarrow x = -2$ és $x = y$.

az ötlet: 2p
a megoldások: 2p.

/ 4
