Kurzus kódjai: BMA-FILD-402, BBN-FIL-402

Kurzus címe: A matematika alapjai a középiskolában

Kurzus előadója: Zvolenszky Zsófia, Molnár Attila

Helyszín és időpont: MUK I/221 illetve Kőbányai Szent László Gimnázium, Csütörtök 15:30–17:00

Elérhetőség: e-mailes történő egyeztetés alapján, molnar.h.attila@gmail.com, phil.elte.hu/attila/courses/HSFOM

Első óra: 7/2/2016, Thursday 15:30–17:00, ELTE BTK MUK I/221

Előfeltételek: –

Jegyszerzés módja: ZH, ami kiváltható referátummal, de ebben az esetben rendszeres konzultáció szükséges.

Kurzus leírása: *Alapfogalom* alatt olyan fogalmat értünk, amelyet nem definiálunk, *axióma* alatt pedig olyan állítást értünk, amelyet nem bizonyítunk. E fogalmakat a középiskolai matematikai tankönyvekben is megtalálhatjuk. Különös azonban az, hogy ezek a könyvek nem szó szerint értik ezeket a fogalmakat; bár a pontot, egyenest, halmazt stb. alapfogalomként sorolják fel, a természetes számokat, valós számokat már nem. Ennek oka alighanem az, hogy a természetes számokat definiáljuk mi, logikusok, matematkusok és filozófusok, de a véges Neumann-rendszámok konstrukciója nem képezi részét a középiskolai tananyagnak. A középiskolai tankönyvek többsége tehát nem azon fogalmakat és állításokat tekinti alapfogalomnak és axiómának, amelyeket nem definiál vagy bizonyít, hanem azon fogalmakat, amelyeket a „magas” matematika sem definiál illetve bizonyít.[a]

E kurzus két célt tűz ki maga elé:

(1) Bemutatni a matematika alapjai iránt érdeklődőknek azt, hogy a középiskolában tanult, de nem definiált fogalmakat hogyan definiáljuk illetve axiomatizáljuk.

(2) Választ keresni arra a kérdésre, hogy ha axiomatikus úton próbálnánk meg tanítani (az erre fogékony) középiskolásoknak a matematikát, akkor milyen állításokat és alapfogalmakat lenne érdemes axiómáknak és alapfogalmaknak választani.

[a] Itt most eltekintünk attól a problémakörtől, hogy a matematika ebben a tekintetben nem egységes, pl. a “természetes szám” alapfogalom a Peano-aritmetikában, de definíció a ZFC halmazelméletben.

A kurzus során semmilyen, középiskolai matematikán túlmutató tudás nem lesz feltételezve. A kurzus a 9. évfolyam témaköreire koncentrál.

Tematika:

1. Logikai jelölések, explicit és rekurzív definíciók.
2. Halmazelmélet: Naiv halmazelmélet, Russell paradoxon, Modern axiomatikus halmazelmélet (ZFC), Természetes számok, Neumann-rendszámok, Valós számok, Cantor-tétel
3. Algebra és számelmélet: Peano-aritmetika (Kitekintés: Gödel-tétel), gyűrűk, polinomgyűrűk.
4. Függvények: Rendezett halmazok, relációk.
5. Geometria: Hilbert-, Birkhoff-, Tarski-féle és középiskolásoknak szánt axiómarendszerek.
6. Kitekintés: A matematika filozófiája.
7. Kitekintés: A fizika axiomatikus megalapozása. Relativisztikus effektusok bizonyítása középiskolás matematikával.

A kurzus egyes órái a Kőbányai Szent László Gimnáziumban lesznek megtartva, hogy a középiskolásokat is bevonjuk a hallgatóság körébe.
Kötelező irodalom nincs, az előadások során használt diavetítések diái és egyéb jegyzetek közzé lesznek téve a kurzus honlapján.

Ajánlott irodalom:

[1] G.D. Birkhoff and R. Beatley. *Basic Geometry*. AMS Chelsea Pub., 2000.

[2] Kiss Emil. *Bevezetés az algebrába*. Typotex, 2007.

[3] David Hilbert, Michael Hallett, and Ulrich Majer, eds. *David Hilbert's lectures on the foundations of geometry, 1891-1902*. Berlin, New York: Springer, 2004.

[4] Saunders MacLane. “Metric postulates for plane geometry”. In: *Am. Math. Mon.* 66 (1959), pp. 543–555.

[5] Komjáth Péter. *Halmazelmélet*. 2007. URL: `www.cs.elte.hu/~kope/oktatas/ma1.pdf`.

[6] Péter Rózsa. “A halmazelmélet axiomarendszerei”. In: *Matematikai Lapok* (1965).

[7] Imre Ruzsa and András Máté. *Bevezetés a modern logikába*. Osiris Kiadó, 1997.

[8] Alfred Tarski and Steven Givant. “Tarski's System of Geometry”. In: *The Bulletin of Symbolic Logic* 5.2 (1999), pp. 175–214.

[9] G. Venema. *The Foundations of Geometry*. Pearson Prentice Hall, 2006.